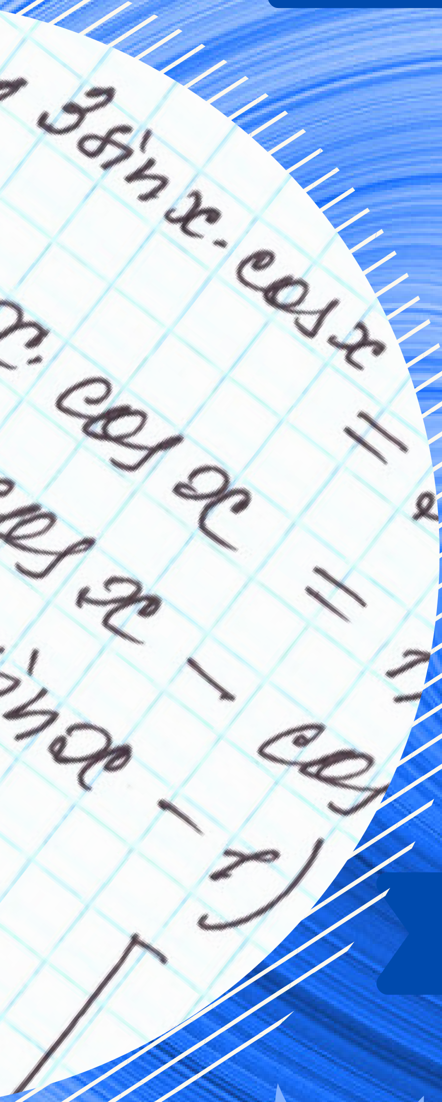
ЛЮДМИЛА ИВАНОВНА СКРИПКА

ЗАДАНИЕ №13

Подборка Александра Томилина



Рукописный вариант

2020 г

Содержание

Задание №13.1. Замена, квадратное уравнение. Основное тригонометрическое тождество. Формулы двойных углов. Группировка.

1) а) $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0.$ б) $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right].$

2) а) $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0.$ б) $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right].$

3) а) $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x - 2 = 0.$ б) $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right].$

4) а) $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sin x} + 2 = 0.$ б) $\left[-\frac{5\pi}{2};\ -\pi\right].$ (ЕГЭ-2014)

5) а) $4\cos^2 x - 8\sin x + 1 = 0.$ б) $\left[-3\pi;\ -\frac{3\pi}{2}\right].$ (ЕГЭ-2012)

6) а) $\cos 2x + \sin^2 x = 0,25.$ б) $\left[3\pi;\ \frac{9\pi}{2}\right].$ (ЕГЭ-2012)

7) а) $\sin 2x + \sqrt{3}\sin x = 0.$ б) $\left[\frac{5\pi}{2};\ \frac{7\pi}{2}\right].$ (ЕГЭ-2012)

8) а) $8\sin^2 x + 2\sqrt{3}\cos x + 1 = 0.$ б) $\left[-\frac{7\pi}{2};\ -2\pi\right].$ (ЕГЭ-2015)

9) а) $\sqrt{2}\sin^3 x - \sqrt{2}\sin x + \cos^2 x = 0.$ б) $\left[-\frac{5\pi}{2};\ -\pi\right].$ (ЕГЭ-2012)

10) а) $\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg}^2 x - 3\operatorname{tg} x - 3 = 0.$ б) $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right].$ (ЕГЭ-2016)

Задание №13.1. Ответы.

1) а) $-\dfrac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\quad \dfrac{\pi}{6}+2\pi k,\ \dfrac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{5\pi}{6},\ \dfrac{3\pi}{2}.$

2) а) $2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\quad \pm\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $-2\pi,\ -\dfrac{4\pi}{3}.$

3) а) $\dfrac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\quad -\operatorname{arctg}2+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\pi-\operatorname{arctg}2,\ \dfrac{5\pi}{4}.$

4) а) $\dfrac{\pi}{6}+2\pi k,\ \dfrac{\pi}{2}+2\pi k,\ \dfrac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $-\dfrac{11\pi}{6},\ -\dfrac{3\pi}{2},\ -\dfrac{7\pi}{6}.$

5) а) $\dfrac{\pi}{6}+2\pi k,\ \dfrac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $-\dfrac{11\pi}{6}.$

6) а) $\pm\dfrac{\pi}{3}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{10\pi}{3},\ \dfrac{11\pi}{3},\ \dfrac{13\pi}{3}.$

7) а) $\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\quad \pm\dfrac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{17\pi}{6},\ 3\pi,\ \dfrac{19\pi}{6}.$

8) а) $\pm\dfrac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $-\dfrac{19\pi}{6},\ -\dfrac{17\pi}{6}.$

9) а) $\dfrac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\quad \dfrac{\pi}{4}+2\pi k,\ \dfrac{3\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $-\dfrac{5\pi}{2},\ -\dfrac{7\pi}{4},\ -\dfrac{3\pi}{2},\ -\dfrac{5\pi}{4}.$

10) а) $-\dfrac{\pi}{3}+\pi k,\ -\dfrac{\pi}{4}+\pi k,\ \dfrac{\pi}{3}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{7\pi}{3},\ \dfrac{8\pi}{3},\ \dfrac{11\pi}{4},\ \dfrac{10\pi}{3}.$

Задание №13.1(ДЗ). Замена, квадратное уравнение. Основное тригонометрическое тождество. Формулы двойных углов. Группировка.

1) а) $2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$. б) $\left[\pi; \dfrac{5\pi}{2}\right]$.

2) а) $2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$. б) $\left[-3\pi; -\dfrac{3\pi}{2}\right]$.

3) а) $\operatorname{tg}^2 x - 2\operatorname{tg} x - 3 = 0$. б) $\left[-\dfrac{3\pi}{2}; -\dfrac{\pi}{2}\right]$.

4) а) $\dfrac{1}{\cos^2 x} + \dfrac{1}{\cos x} - 2 = 0$. б) $\left[\dfrac{\pi}{2};\ 2\pi\right]$.

5) а) $2\sin^2 x + 2\cos x - \dfrac{1}{2} = 0$. б) $\left[\dfrac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

6) а) $2\sin^2 x = \cos 2x + 2$. б) $[-3\pi;\ -2\pi]$.

7) а) $\sqrt{2}\sin 2x = 2\cos x$. б) $\left[\dfrac{3\pi}{2};\ \dfrac{5\pi}{2}\right]$.

8) а) $\sin^2 x - \sqrt{2}\sin x - 3\cos^2 x = 0$. б) $\left[-\dfrac{5\pi}{2};\ -\pi\right]$.

9) а) $2\cos^3 x + \sqrt{3}\cos^2 x + 2\cos x + \sqrt{3} = 0$. б) $\left[-2\pi;\ -\dfrac{\pi}{2}\right]$. (ЕГЭ-2015)

10) а) $2\cos x - \sqrt{3}\sin^2 x = 2\cos^3 x$. б) $\left[-\dfrac{7\pi}{2};\ -2\pi\right]$. (ЕГЭ-2018)

Задание №13.1(ДЗ). Ответы.

1) а) $\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\quad -\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ -\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\frac{7\pi}{6},\ \frac{11\pi}{6},\ \frac{5\pi}{2}.$

2) а) $\pi+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\quad \pm\frac{\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $-3\pi,\ -\frac{7\pi}{3},\ -\frac{5\pi}{3}.$

3) а) $-\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\quad \operatorname{arctg}3+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $-\frac{5\pi}{4},\ -\pi+\operatorname{arctg}3.$

4) а) $2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\quad \pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\frac{2\pi}{3},\ \frac{4\pi}{3},\ 2\pi.$

5) а) $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\frac{8\pi}{3},\ \frac{10\pi}{3}.$

6) а) $\pm\frac{\pi}{3}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}.$ б) $-\frac{8\pi}{3},\ -\frac{7\pi}{3}.$

7) а) $\frac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\quad \frac{\pi}{4}+2\pi k,\ \frac{3\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\frac{3\pi}{2},\ \frac{9\pi}{4},\ \frac{5\pi}{2}.$

8) а) $-\frac{\pi}{4}+2\pi k,\ -\frac{3\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $-\frac{9\pi}{4}.$

9) а) $\pm\frac{5\pi}{6}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}.$ б) $-\frac{7\pi}{6},\ -\frac{5\pi}{6}.$

10) а) $\pi k,\ \pm\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $-3\pi,\ -\frac{13\pi}{6},\ -2\ pi.$

Задание №13.2. Однородные тригонометрические уравнения. Формулы приведения. Формулы сложения. Условия-ограничения.

1) а) $6\sin^2 x + 3\sin 2x = 4\cos 2x$. б) $\left[\dfrac{5\pi}{2}; \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

2) а) $6\sin^2 x + 5\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) - 2 = 0$. б) $\left[-5\pi;\ -\dfrac{7\pi}{2}\right]$. (ЕГЭ-2012)

3) а) $-\sqrt{2}\sin\left(-\dfrac{5\pi}{2} + x\right)\cdot\sin x = \cos x$. б) $\left[\dfrac{9\pi}{2};\ 6\pi\right]$. (ЕГЭ-2013)

4) а) $2\sin^2 x = \cos\left(\dfrac{3\pi}{2} - x\right)$. б) $\left[-\dfrac{5\pi}{2};\ -\pi\right]$. (ЕГЭ-2013)

5) а) $\dfrac{\sin 2x}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} = \sqrt{2}$. б) $\left[2\pi;\ \dfrac{7\pi}{2}\right]$. (ЕГЭ-2015)

6) а) $\sqrt{6}\cos x + 2\sin\left(2x + \dfrac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3} = \sin 2x$. б) $\left[3\pi;\ \dfrac{9\pi}{2}\right]$. (ЕГЭ-2018)

7) а) $\dfrac{2}{\operatorname{tg}^2 x + 1} = \sin 2x$. б) $\left[-2\pi;\ -\dfrac{\pi}{2}\right]$. (ЕГЭ-2014)

8) а) $4\sin^2 x = \operatorname{tg} x$. б) $[-\pi;\ 0]$. (ЕГЭ-2015)

9) а) $\sin x = \sqrt{\dfrac{1 - \cos x}{2}}$. б) $\left[2\pi; \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

10) а) $\dfrac{\sin x}{\cos^2 \dfrac{x}{2}} = 4\sin^2 \dfrac{x}{2}$. б) $\left[-4\pi;\ -\dfrac{5\pi}{2}\right]$. (ЕГЭ-2018)

Задание №13.2. Ответы.

1) а) $-\dfrac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ \ \operatorname{arctg}\dfrac{2}{5}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{11\pi}{4},\ 3\pi+\operatorname{arctg}\dfrac{2}{5}.$

2) а) $\pm\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $-\dfrac{14\pi}{3}.$

3) а) $\dfrac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ \ \dfrac{\pi}{4}+2\pi k,\ \dfrac{3\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{9\pi}{2},\ \dfrac{19\pi}{4},\ \dfrac{11\pi}{2}.$

4) а) $\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ \ -\dfrac{\pi}{6}+2\pi k,\ -\dfrac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $-\dfrac{13\pi}{6},\ -2\pi,\ -\pi.$

5) а) $-\dfrac{3\pi}{4}+2\pi k,\ -\dfrac{\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{13\pi}{4}.$

6) а) $\dfrac{\pi}{2}+\pi k,\ \pm\dfrac{3\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{13\pi}{4},\ \dfrac{7\pi}{2},\ \dfrac{9\pi}{2}.$

7) а) $\dfrac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}.$ б) $-\dfrac{7\pi}{4},\ -\dfrac{3\pi}{4}.$

8) а) $\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ \ \dfrac{\pi}{12}+\pi k,\ \dfrac{5\pi}{12}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $-\pi,\ -\dfrac{11\pi}{12},\ -\dfrac{7\pi}{12},\ 0.$

9) а) $2\pi k,\ \dfrac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $2\pi,\ \dfrac{8\pi}{3}.$

10) а) $2\pi k,\ \dfrac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $-4\pi,\ -\dfrac{7\pi}{2}.$

Задание №13.2(ДЗ). Однородные тригонометрические уравнения. Формулы приведения. Формулы сложения. Условия-ограничения.

1) а) $4\sin^2 x + \sin 2x = 3$. б) $\left[-\dfrac{7\pi}{2}; -\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

2) а) $\cos 2x + 2\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right) - 2 = 0$. б) $\left[\dfrac{\pi}{2};\ 2\pi\right]$. (ЕГЭ-2015)

3) а) $\sin 2x = \sqrt{3}\cos\left(\dfrac{3\pi}{2} - x\right)$. б) $[-3\pi;\ -2\pi]$. (ЕГЭ-2013)

4) а) $2\cos^2 x = \sqrt{3}\sin\left(\dfrac{3\pi}{2} + x\right)$. б) $\left[\pi;\ \dfrac{5\pi}{2}\right]$. (ЕГЭ-2013)

5) а) $\dfrac{\sin 2x}{\cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)} = \sqrt{3}$. б) $\left[3\pi;\ \dfrac{9\pi}{2}\right]$.

6) а) $\cos^2 x + \sin x = \sqrt{2}\sin\left(x + \dfrac{\pi}{4}\right)$. б) $\left[-4\pi;\ -\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

7) а) $\dfrac{2\sqrt{3}}{\operatorname{ctg}^2 x + 1} + \sin 2x = 0$. б) $\left[-\dfrac{3\pi}{2};\ 0\right]$.

8) а) $2\sqrt{2}\cos^2 x + \operatorname{ctg} x = 0$. б) $[\pi;\ 2\pi]$.

9) а) $\sin x + \sqrt{\dfrac{3}{2}(1 - \cos x)} = 0$. б) $\left[-\dfrac{9\pi}{2}; -3\pi\right]$.

10) а) $\dfrac{\sin x}{\sin^2 \dfrac{x}{2}} = 8\cos^2 \dfrac{x}{2}$. б) $\left[2\pi;\ \dfrac{7\pi}{2}\right]$.

Задание №13.2(ДЗ). Ответы.

1) а) $\dfrac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z};\quad -\operatorname{arctg} 3 + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$ б) $-3\pi - \operatorname{arctg} 3,\ -\dfrac{11\pi}{4}.$

2) а) $\pm\dfrac{\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{7\pi}{4}.$

3) а) $\pi n,\ n \in \mathbb{Z};\quad \pm\dfrac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$ б) $-3\pi,\ -\dfrac{17\pi}{6},\ -2\pi.$

4) а) $\dfrac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z};\quad \pm\dfrac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{7\pi}{6},\ \dfrac{3\pi}{2},\ \dfrac{5\pi}{2}.$

5) а) $\pm\dfrac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{23\pi}{6},\ \dfrac{25\pi}{6}.$

6) а) $\dfrac{\pi}{2} + \pi k,\ 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$ б) $-4\pi,\ -\dfrac{7\pi}{2},\ -\dfrac{5\pi}{2}.$

7) а) $-\dfrac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z}.$ б) $-\dfrac{7\pi}{6},\ -\dfrac{\pi}{6}.$

8) а) $\dfrac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in \mathbb{Z};\quad -\dfrac{\pi}{8} + \pi k,\ -\dfrac{3\pi}{8} + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{3\pi}{2},\ \dfrac{13\pi}{8},\ \dfrac{15\pi}{8}.$

9) а) $2\pi k,\ -\dfrac{\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$ б) $-\dfrac{13\pi}{3},\ -4\pi.$

10) а) $\dfrac{\pi}{6} + 2\pi k,\ \dfrac{5\pi}{6} + 2\pi k,\ \pi + 2\pi k,\ k \in \mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{13\pi}{6},\ \dfrac{17\pi}{6},\ 3\pi.$

Задание №13.3. Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения.

1) а) $\dfrac{(x-1)^2}{8}+\dfrac{8}{(x-1)^2}=7\left(\dfrac{x-1}{4}-\dfrac{2}{x-1}\right)-1.$ б) $[-2;3]$.

2) а) $\sqrt{x^3-4x^2-10x+29}=3-x.$ б) $\left[-\sqrt{3};\ \sqrt{30}\right]$. (ЕГЭ-2018)

3) а) $9^{x+1}-2\cdot 3^{x+2}+5=0.$ б) $\left(\log_3\dfrac{3}{2};\ \sqrt{5}\right)$. (ЕГЭ-2013)

4) а) $8^x-7\cdot 4^x-2^{x+4}+112=0.$ б) $[\log_2 5;\ \log_2 11]$. (ЕГЭ-2016)

5) а) $7^{x^2-2x}+7^{x^2-2x-1}=56.$ б) $[-1;1]$.

6) а) $3\cdot 9^{x-\frac{1}{2}}-7\cdot 6^x+3\cdot 4^{x+1}=0.$ б) $[2;\ 3]$. (ЕГЭ-2014)

7) а) $(4^x-8)^2-10|4^x-8|=3\cdot 4^x-36.$ б) $[2;3]$.

8) а) $1+\log_3(10x^2+1)=\log_{\sqrt{3}}\sqrt{3x^4+30}.$ б) $\left[-\dfrac{11}{4};\ \dfrac{2}{3}\right]$. (ЕГЭ-2013)

9) а) $\log_5(2-x)=\log_{25}x^4.$ б) $\left[\log_9\dfrac{1}{82};\ \log_9 8\right]$. (ЕГЭ-2014)

10) а) $6{\log_{27}}^2 x+5\log_{27}x+1=0.$ б) $\left[\dfrac{1}{5};\ \dfrac{2}{5}\right]$.

Задание №13.3. Ответы.

1) а) $-1,\ 5,\ 7\pm 2\sqrt{11}$. б) $-1,\ 7-2\sqrt{11}$.

2) а) $-2;\ 2$. б) 2.

3) а) $-1;\ \log_3\dfrac{5}{3}$. б) $\log_3\dfrac{5}{3}$.

4) а) $2;\ \log_2 7$. б) $\log_2 7$.

5) а) $1\pm\sqrt{3}$. б) $1-\sqrt{3}$.

6) а) $\log_{\frac{3}{2}} 3;\ \log_{\frac{3}{2}} 4$. б) $\log_{\frac{3}{2}} 3$.

7) а) $1;\ \log_4 5;\ \log_4 9;\ \log_4 20$. б) $\log_4 20$.

8) а) $\pm 1;\ \pm 3$. б) -1.

9) а) $-2;\ 1$. б) -2.

10) а) $\dfrac{\sqrt{3}}{9};\ \dfrac{1}{3}$. б) $\dfrac{1}{3}$.

Задание №13.3(ДЗ). Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения.

1) а) $2\left(\frac{(x-2)^2}{4}+\frac{25}{(x-2)^2}\right)=\frac{x-2}{2}-\frac{5}{x-2}+16.$ б) $[3;8]$.

2) а) $x+\sqrt{x^3+4x^2-x-3}=0.$ б) $[\log_2 0,1;\ \log_2 0,3]$.

3) а) $25^{x-\frac{3}{2}}-12\cdot 5^{x-2}+7=0.$ б) $\left(2;\ \frac{8}{3}\right)$. (ЕГЭ-2013)

4) а) $125^x-5^{2x+1}-4\cdot 5^x+20=0.$ б) $[0,5;\ 1,5]$.

5) а) $5^{x^2-4x+1}+5^{x^2-4x}=30.$ б) $[-1;3]$.

6) а) $49^{x+1}-200\cdot 14^x+4^{x+2}=0.$ б) $[-5;1]$.

7) а) $(3^x-6)^2-16|3^x-6|=15-2\cdot 3^{x+1}.$ б) $[1;2]$.

8) а) $\log_{36}(x^4+5)^2=1+\log_6 x^2.$ б) $\left[-\frac{4}{3};\ \frac{7}{3}\right]$.

9) а) $\log_3(x^2-x)=\log_9(x^2+6x+9).$ б) $[\log_3 0,3;\ \log_3 25]$.

10) а) $\log_3^2 x+2\log_3 x^2+3=0.$ б) $[0,04;\ 0,4]$.

Задание №13.3(ДЗ). Ответы.

1) а) $-3,\ 4,\ 4\pm\sqrt{14}$. б) $4;\ 4+\sqrt{14}$.

2) а) $-3;\ -1$. б) -3.

3) а) $2;\ \log_5 35$. б) $\log_5 35$.

4) а) $\log_5 2;\ 1$. б) 1.

5) а) $2\pm\sqrt{5}$. б) $2-\sqrt{5}$.

6) а) $-2,\ \log_{\frac{7}{2}} 4$. б) -2.

7) а) $\log_3 5;\ 2;\ \log_3 13$. б) $\log_3 5;\ 2$.

8) а) $\pm1;\ \pm\sqrt{5}$. б) $-1,\ 1,\ \sqrt{5}$.

9) а) $-1;\ 3$. б) -1.

10) а) $\dfrac{1}{27};\ \dfrac{1}{3}$. б) $\dfrac{1}{3}$.

Задание №13.4. Уравнения смешанного типа.

1) а) $15^{\cos x} = 3^{\cos x} \cdot 5^{\sin x}$. б) $\left[5\pi;\ \frac{13\pi}{2}\right]$. (ЕГЭ-2013)

2) а) $(27^{\cos x})^{\sin x} = 3^{\frac{3\cos x}{2}}$. б) $\left[-\pi;\ \frac{\pi}{2}\right]$. (ЕГЭ-2013)

3) а) $9^{\sin x} + 9^{-\sin x} = \frac{10}{3}$. б) $\left[-\frac{7\pi}{2};\ -2\pi\right]$. (ЕГЭ-2014)

4) а) $9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$. б) $\left[\frac{5\pi}{2};\ 4\pi\right]$. (ЕГЭ-2017)

5) а) $2x\cos x - 8\cos x + x - 4 = 0$. б) $\left[-\frac{\pi}{2};\ \pi\right]$. (ЕГЭ-2017)

6) а) $\log_5(\cos x - \sin 2x + 25) = 2$. б) $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$. (ЕГЭ-2012)

7) а) $(2\cos^2 x + 3\sin x - 3)\log_2(\sqrt{2}\cos x) = 0$. б) $[-5\pi; -3\pi]$.

8) а) $2\log_2^2(2\sin x) - 7\log_2(2\sin x) + 3 = 0$. б) $\left[\frac{\pi}{2};\ 2\pi\right]$. (ЕГЭ-2016)

9) а) $\dfrac{\log_2^2(\sin x) + \log_2(\sin x)}{2\cos x - \sqrt{3}} = 0$. б) $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

10) а) $\dfrac{\left(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}\right)\log_{13}(2\sin^2 x)}{\log_{31}\left(\sqrt{2}\cos x\right)} = 0$. б) $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

Задание №13.4. Ответы.

1) а) $\dfrac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{21\pi}{4},\ \dfrac{25\pi}{4}.$

2) а) $\dfrac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ \ \dfrac{\pi}{6}+2\pi k,\ \dfrac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $-\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{\pi}{2}.$

3) а) $\pm\dfrac{\pi}{6}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}.$ б) $-\dfrac{19\pi}{6},\ -\dfrac{17\pi}{6},\ -\dfrac{13\pi}{6}.$

4) а) $\pm\dfrac{\pi}{3}+2\pi k,\ \pi+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $3\pi,\ \dfrac{11\pi}{3}.$

5) а) $4;\ \pm\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{2\pi}{3}.$

6) а) $\dfrac{\pi}{2}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ \ \dfrac{\pi}{6}+2\pi k,\ \dfrac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{13\pi}{6},\ \dfrac{5\pi}{2},\ \dfrac{17\pi}{6},\ \dfrac{7\pi}{2}.$

7) а) $\dfrac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ \ \pm\dfrac{\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $-\dfrac{17\pi}{4},\ -\dfrac{23\pi}{6},\ -\dfrac{15\pi}{4}.$

8) а) $\dfrac{\pi}{4}+2\pi k,\ \dfrac{3\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{3\pi}{4}.$

9) а) $\dfrac{\pi}{2}+2\pi k,\ \dfrac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\dfrac{5\pi}{2},\ \dfrac{17\pi}{6}.$

10) а) $-\dfrac{\pi}{3}+2\pi k,$ где $k\in\mathbb{Z}.$ б) $-\dfrac{7\pi}{3}.$

Задание №13.4(ДЗ). Уравнения смешанного типа.

1) а) $21^{-\sin x} = 3^{-\sin x} \cdot 7^{\cos x}$. б) $\left[-\dfrac{3\pi}{2};\ 0\right]$. (ЕГЭ-2013)

2) а) $\left(25^{\sin x}\right)^{-\cos x} = 5^{\sqrt{2}\sin x}$. б) $\left[\dfrac{3\pi}{2};\ 3\pi\right]$. (ЕГЭ-2013)

3) а) $4^{\cos x} + 4^{-\cos x} = \dfrac{5}{2}$. б) $\left[-3\pi;\ -\dfrac{3\pi}{2}\right]$. (ЕГЭ-2014)

4) а) $2^{4\cos x} + 3 \cdot 2^{2\cos x} - 10 = 0$. б) $\left[\pi; \dfrac{5\pi}{2}\right]$.

5) а) $x \operatorname{tg} x - 7 \operatorname{tg} x + x = 7$. б) $[2\pi;\ 3\pi]$.

6) а) $\log_8\left(7\sqrt{3}\sin x - \cos 2x - 10\right) = 0$. б) $\left[\dfrac{3\pi}{2};\ 3\pi\right]$. (ЕГЭ-2017)

7) а) $(6\sin^2 x + 11\cos x - 10)\log_\pi(\sin x) = 0$. б) $\left[-\dfrac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

8) а) $2\log_3^2(2\cos x) - 5\log_3(2\cos x) + 2 = 0$. б) $\left[\pi;\ \dfrac{5\pi}{2}\right]$. (ЕГЭ-2016)

9) а) $\dfrac{\log_3^2(\operatorname{tg}^2 x) - 2\log_3(\operatorname{tg} x)}{\sqrt{2\cos x + 1}} = 0$. б) $\left[-\pi; \dfrac{\pi}{2}\right]$.

10) а) $\dfrac{\left(2^{\cos x} - \sqrt{2}\right)\log_7(3\operatorname{tg}^2 x)}{\log_{17}(2\sin x)} = 0$. б) $\left[\dfrac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.

Задание №13.4(ДЗ). Ответы.

1) а) $-\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}.$ б) $-\frac{5\pi}{4},\ -\frac{\pi}{4}.$

2) а) $\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ \ \pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $2\pi,\ \frac{11\pi}{4},\ 3\pi.$

3) а) $\pm\frac{\pi}{3}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}.$ б) $-\frac{8\pi}{3},\ -\frac{7\pi}{3},\ -\frac{5\pi}{3}.$

4) а) $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}.$ б) $\frac{5\pi}{3},\ \frac{7\pi}{3}.$

5) а) $7;\ \ -\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}.$ б) $7;\ \frac{11\pi}{4}.$

6) а) $\frac{\pi}{3}+2\pi k,\ \frac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\frac{7\pi}{3},\ \frac{8\pi}{3}.$

7) а) $\frac{\pi}{3}+2\pi k,\ \frac{\pi}{2}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $-\frac{5\pi}{3},\ -\frac{3\pi}{2}.$

8) а) $\pm\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\frac{11\pi}{6},\ \frac{13\pi}{6}.$

9) а) $\frac{\pi}{4}+2\pi k,\ \frac{\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $\frac{\pi}{4},\ \frac{\pi}{3}.$

10) а) $\frac{\pi}{3}+2\pi k,$ где $k\in\mathbb{Z}.$ б) $\frac{13\pi}{3}.$

13.1. Замена, квадратное уравнение. Формулы двойных углов. Группировка.

1 а) $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$ б) $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$

а) Пусть $\sin x = t$, тогда

$2t^2 + t - 1 = 0$

$\left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = \frac{1}{2} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} \sin x = -1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$

$x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi k}{3}, k \in Z$

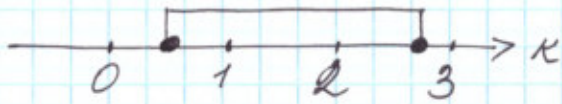
б) $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$

$\frac{\pi}{2} \le \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi k}{3} \le 2\pi$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{6} \le \frac{2k}{3} \le 2 - \frac{1}{6}$

$\frac{2 \cdot 3}{6 \cdot 2} \le k \le \frac{11 \cdot 3}{6 \cdot 2}$

$\frac{1}{2} \le k \le 2\frac{3}{4}$



$k = 1, \ x = \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} = \frac{5\pi}{6}$

$k = 2, \ x = \frac{\pi}{6} + \frac{4\pi}{3} = \frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi k}{3}, k \in Z$ б) $\frac{5\pi}{6}; \frac{3\pi}{2}$

---

2 а) $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$ б) $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

а) $2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$

$\left[\begin{array}{l} \cos x = 1 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$

$x = \frac{2\pi k}{3}, \ k \in Z$

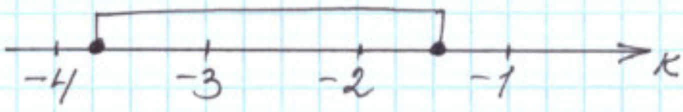
б) $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$

$-\frac{5\pi}{2} \le \frac{2\pi k}{3} \le -\pi$

$-\frac{5}{2} \le \frac{2k}{3} \le -1$

$-\frac{5 \cdot 3}{2 \cdot 2} \le k \le -\frac{3}{2}$

$-3\frac{3}{4} \le k \le -1\frac{1}{2}$



$k = -3, \ x = \frac{2\pi \cdot (-3)}{3} = -2\pi$

$k = -2, \ x = \frac{2\pi \cdot (-2)}{3} = -\frac{4\pi}{3}$

Ответ: а) $\frac{2\pi k}{3}, k \in Z$ б) $-2\pi; -\frac{4\pi}{3}$

$\boxed{13.1.}$ Замена квадратное уравнение. Формулы двойных углов. Группировка.

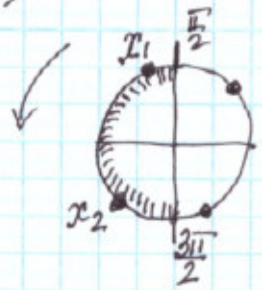
3 а) $tg^2x + tgx - 2 = 0$ б) $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$

а) $tg^2x + tgx - 2 = 0$

$(tgx - 1)(tgx + 2) = 0$

$\left[\begin{array}{l} tgx = 1 \\ tgx = -2 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{4} + \pi k \\ x = arctg(-2) + \pi k, \ k \in Z \end{array}\right.$

б) $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$



$x_1 = \pi - arctg\,2$

$x_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{4} + \pi k; -arctg\,2 + \pi k; \ k \in Z$

б) $\pi - arctg\,2; \ \frac{5\pi}{4}$

---

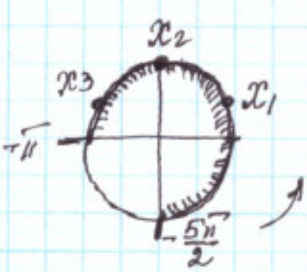
4 а) $\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\sin x} + 2 = 0$ б) $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ ЕГЭ-2014

а) Пусть $\frac{1}{\sin x} = t$, тогда

$t^2 - 3t + 2 = 0$

$\left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 2 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \frac{1}{\sin x} = 1 \\ \frac{1}{\sin x} = 2 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \ k \in Z \end{array}\right.$

б) $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$



$x_1 = -\frac{5\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = -2\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{11\pi}{6}$

$x_2 = -\frac{5\pi}{2} + \frac{2\pi}{2} = -\frac{3\pi}{2}$

$x_3 = -\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = -\frac{7\pi}{6}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \ \frac{\pi}{6} + 2\pi k; \ \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; \ k \in Z$

б) $-\frac{11\pi}{6}; \ -\frac{3\pi}{2}; \ -\frac{7\pi}{6}$

13.1. Замена, квадратное уравнение. Формулы двойных углов. Группировка.

5) а) $4\cos^2 x - 8\sin x + 1 = 0$ б) $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ ЕГЭ-2012

а) $4(1-\sin^2 x) - 8\sin x + 1 = 0$

$4 - 4\sin^2 x - 8\sin x + 1 = 0$

$4\sin^2 x + 8\sin x - 5 = 0$ Пусть $\sin x = t$, где $t \in [-1;1]$

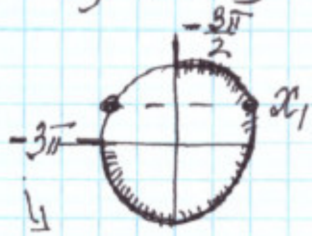
$4t^2 + 8t - 5 = 0$

$t = \frac{-4 \pm \sqrt{16+20}}{4} = \frac{-4 \pm 6}{4}$ $\left[\begin{array}{l} t = -\frac{5}{2}, \ -\frac{5}{2} \notin [-1;1] \\ t = \frac{1}{2}, \ \frac{1}{2} \in [-1;1] \end{array}\right.$

$\sin x = \frac{1}{2}$

$\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \ k \in Z \end{array}\right.$

б) $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$



$x_1 = -3\pi + \pi + \frac{\pi}{6} = -2\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{11\pi}{6}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in Z$

б) $-\frac{11\pi}{6}$

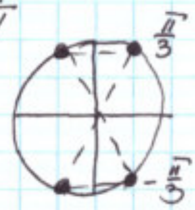
---

6) а) $\cos 2x + \sin^2 x = 0{,}25$ б) $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$ ЕГЭ-2012

а) $1 - 2\sin^2 x + \sin^2 x = \frac{1}{4}$

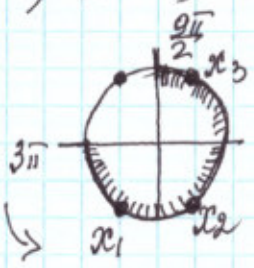
$\sin^2 x = \frac{3}{4}$

$\sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$



$x = \pm \frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in Z$

б) $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$



$x_1 = 3\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$

$x_2 = \frac{10\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = \frac{11\pi}{3}$

$x_3 = \frac{11\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} = \frac{13\pi}{3}$

Ответ: а) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in Z$

б) $\frac{10\pi}{3}$; $\frac{11\pi}{3}$; $\frac{13\pi}{3}$

13.1. Замена, квадратное уравнение. Формулы двойных углов. Группировка.

7 а) $\sin 2x + \sqrt{3}\sin x = 0$ б) $\left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$ ЕГЭ-2012

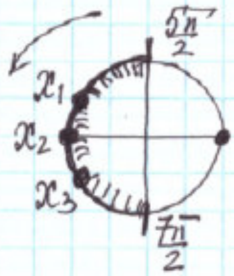
а) $2\sin x \cdot \cos x + \sqrt{3}\sin x = 0$

$\sin x(2\cos x + \sqrt{3}) = 0$

$\left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x = \pi k \\ x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in Z \end{array}\right.$

б) $\left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$



$x_1 = \frac{5\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{17\pi}{6}$

$x_2 = \frac{17\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{18\pi}{6} = 3\pi$

$x_3 = 3\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{19\pi}{6}$

Ответ: а) πk; $\pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$; $k \in Z$

б) $\frac{17\pi}{6}$; 3π; $\frac{19\pi}{6}$

---

8 а) $8\sin^2 x + 2\sqrt{3}\cos x + 1 = 0$ б) $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ ЕГЭ-2015

а) $8(1 - \cos^2 x) + 2\sqrt{3}\cos x + 1 = 0$

$8 - 8\cos^2 x + 2\sqrt{3}\cos x + 1 = 0$

$8\cos^2 x - 2\sqrt{3}\cos x - 9 = 0$ Пусть $\cos x = t$, $t \in [-1; 1]$

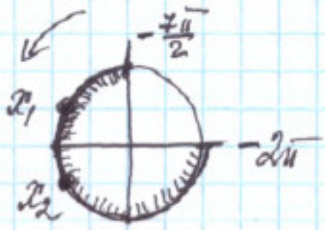
$8t^2 - 2\sqrt{3}t - 9 = 0$

$t = \frac{\sqrt{3} \pm \sqrt{3 + 72}}{8} = \frac{\sqrt{3} \pm 5\sqrt{3}}{8}$; $\left[\begin{array}{l} t = \frac{3\sqrt{3}}{4}, \quad \frac{3\sqrt{3}}{4} \notin [-1; 1] \\ t = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad -\frac{\sqrt{3}}{2} \in [-1; 1] \end{array}\right.$

$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in Z$.

б) $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$



$x_1 = -\frac{7\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = -\frac{19\pi}{6}$

$x_2 = -\frac{19\pi}{6} + \frac{2\pi}{6} = -\frac{17\pi}{6}$

Ответ: а) $\pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in Z$

б) $-\frac{19\pi}{6}$; $-\frac{17\pi}{6}$

13.1. Замена, квадратное уравнение. Формулы двойных углов. Группировка.

9 а) $\sqrt{2}\cdot\sin^3 x-\sqrt{2}\sin x+\cos^2 x=0$ б) $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$ ЕГЭ-2012

а) $\sqrt{2}\sin^3 x-\sqrt{2}\sin x+1-\sin^2 x=0$

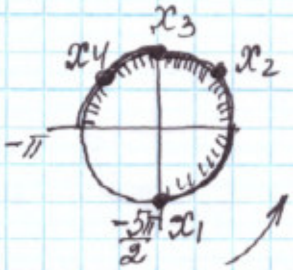
$\sqrt{2}\sin x(\sin^2 x-1)-(\sin^2 x-1)=0$

$(\sin^2 x-1)(\sqrt{2}\sin x-1)=0$

$\left[\begin{array}{l}\sin x=\pm 1\\ \sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+\pi k\\ x=\frac{\pi}{4}+2\pi k\\ x=\frac{3\pi}{4}+2\pi k,\quad k\in Z\end{array}\right.$

б) $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$



$x_1=-\frac{5\pi}{2}$

$x_2=-\frac{5\pi}{2}+\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}=-2\pi+\frac{\pi}{4}=-\frac{7\pi}{4}$

$x_3=-\frac{5\pi}{2}+\frac{2\pi}{2}=-\frac{3\pi}{2}$

$x_4=-\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{4}=-\frac{5\pi}{4}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+\pi k;\ \frac{\pi}{4}+2\pi k;\ \frac{3\pi}{4}+2\pi k,\quad k\in Z$

б) $-\frac{5\pi}{2};\ -\frac{7\pi}{4};\ -\frac{3\pi}{2};\ -\frac{5\pi}{4}$

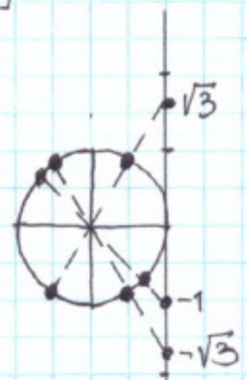
---

10 а) $tg^3 x+tg^2 x-3tg x-3=0$ б) $\left[2\pi;\frac{7\pi}{2}\right]$ ЕГЭ-2016

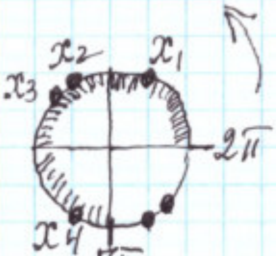
а) $tg^2 x(tg x+1)-3(tg x+1)=0$

$(tg^2 x-3)(tg x+1)=0$

$\left[\begin{array}{l}tg x=\pm\sqrt{3}\\ tg x=-1\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=\pm\frac{\pi}{3}+\pi k\\ x=-\frac{\pi}{4}+\pi k,\quad k\in Z\end{array}\right.$



б) $\left[2\pi;\frac{7\pi}{2}\right]$



$x_1=2\pi+\frac{\pi}{3}=\frac{7\pi}{3}$

$x_2=\frac{7\pi}{3}+\frac{\pi}{3}=\frac{8\pi}{3}$

$x_3=2\pi+\frac{3\pi}{4}=\frac{11\pi}{4}$

$x_4=\frac{8\pi}{3}+\frac{2\pi}{3}=\frac{10\pi}{3}$

Ответ: а) $\pm\frac{\pi}{3}+\pi k;\ -\frac{\pi}{4}+\pi k;\quad k\in Z$

б) $\frac{7\pi}{3};\ \frac{8\pi}{3};\ \frac{11\pi}{4};\ \frac{10\pi}{3}$

13.2. Однородные уравнения. Формулы приведения. Формулы сложения. Условия-ограничения.

1 а) $6\sin^2 x + 3\sin 2x = 4\cos 2x$ б) $\left[\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right]$

а) $6\sin^2 x + 3\cdot 2\sin x\cdot\cos x = 4(\cos^2 x - \sin^2 x)$.

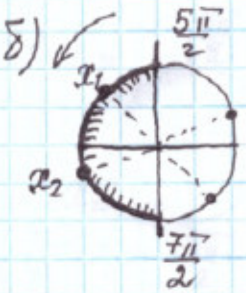
$10\sin^2 x + 6\sin x\cdot\cos x - 4\cos^2 x = 0$.

$5\sin^2 x + 3\sin x\cos x - 2\cos^2 x = 0$; $\cos x \neq 0$

$5\,tg^2 x + 3\,tg x - 2 = 0$

$\left[\begin{array}{l} tg x = -1 \\ tg x = \frac{2}{5} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{4} + \pi k \\ x = arctg\frac{2}{5} + \pi k,\ k \in Z \end{array}\right.$

б)



$x_1 = \frac{5\pi}{2} + \frac{\pi}{4} = \frac{11\pi}{4}$

$x_2 = \frac{5\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + arctg\frac{2}{5} = 3\pi + arctg\frac{2}{5}$

Ответ: а) $-\frac{\pi}{4} + \pi k$; $arctg\frac{2}{5} + \pi k$; $k \in Z$

б) $\frac{11\pi}{4}$; $3\pi + arctg\frac{2}{5}$

---

2 а) $6\sin^2 x + 5\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - 2 = 0$ б) $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$ ЕГЭ-2012

а) $6(1-\cos^2 x) + 5\cos x - 2 = 0$

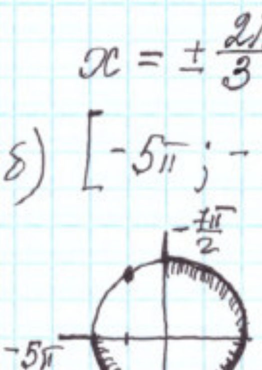
$6 - 6\cos^2 x + 5\cos x - 2 = 0$

$6\cos^2 x - 5\cos x - 4 = 0$

$\cos x = \frac{5 \pm \sqrt{25+96}}{12} = \frac{5 \pm 11}{12}$ $\left[\begin{array}{l} \cos x = \frac{4}{3} \text{ - нет корней, } \frac{4}{3} \notin [-1;1] \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$

$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z$

б) $\left[-5\pi; -\frac{7\pi}{2}\right]$



$x_1 = -5\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{-14\pi}{3}$

Ответ: а) $\pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k,\ k \in Z$

б) $-\frac{14\pi}{3}$

13.2. Однородные уравнения. Формулы приведения. Формулы сложения. Условия – ограничения.

3 а) $-\sqrt{2}\sin\left(-\frac{5\pi}{2}+x\right)\cdot\sin x=\cos x$ б) $\left[\frac{9\pi}{2};\ 6\pi\right]$ ЕГЭ-2013

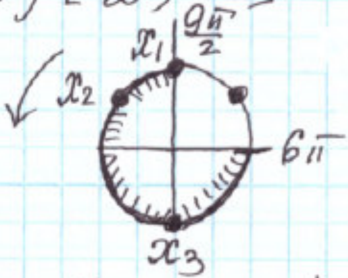
а) $\sqrt{2}\sin\left(\frac{5\pi}{2}-x\right)\cdot\sin x-\cos x=0$

$\sqrt{2}\cos x\cdot\sin x-\cos x=0$

$\cos x\left(\sqrt{2}\cdot\sin x-1\right)=0$

$\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+\pi k\\ x=\frac{\pi}{4}+2\pi k\\ x=\frac{3\pi}{4}+2\pi k,\end{array}\right.$ $k\in Z$

б) $\left[\frac{9\pi}{2};\ 6\pi\right]$



$x_1=\frac{9\pi}{2}$

$x_2=\frac{9\pi}{2}+\frac{\pi}{4}=\frac{19\pi}{4}$

$x_3=\frac{9\pi}{2}+\frac{2\pi}{2}=\frac{11\pi}{2}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+\pi k;\ \frac{\pi}{4}+2\pi k;\ \frac{3\pi}{4}+2\pi k;\ k\in Z$

б) $\frac{9\pi}{2};\ \frac{19\pi}{4};\ \frac{11\pi}{2}$

---

4 а) $2\sin^2 x=\cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)$ б) $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$ ЕГЭ-2013

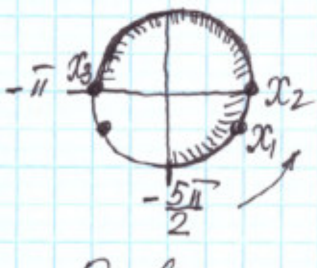
а) $2\sin^2 x=-\sin x$

$2\sin^2 x+\sin x=0$

$\sin x\left(2\sin x+1\right)=0$

$\left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=\pi k\\ x=-\frac{\pi}{6}+2\pi k\\ x=-\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\end{array}\right.$ $k\in Z$

б) $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$



$x_1=-\frac{5\pi}{2}+\frac{\pi}{3}=-\frac{13\pi}{6}$

$x_2=-\frac{5\pi}{2}+\frac{\pi}{2}=-2\pi$

$x_3=-2\pi+\pi=-\pi$

Ответ: а) $\pi k;\ -\frac{\pi}{6}+2\pi k;\ -\frac{5\pi}{6}+2\pi k;\ k\in Z$

б) $-\frac{13\pi}{6};\ -2\pi;\ -\pi$

13.2. Однородные уравнения. Формулы приведения. Формулы сложения. Условия — ограничения.

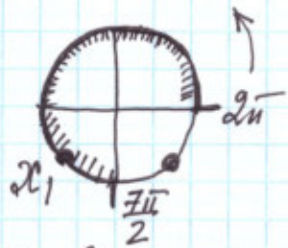
5 а) $\dfrac{\sin 2x}{\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)}=\sqrt{2}$ б) $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$ ЕГЭ – 2015

а) $\dfrac{2\sin x\cdot\cos x}{-\cos x}=\sqrt{2}$

$\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \sin x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$

$\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{4}+2\pi k\\ x=-\frac{3\pi}{4}+2\pi k,\quad k\in Z\end{array}\right.$

б) $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$



$x_1=2\pi+\pi+\frac{\pi}{4}=3\pi+\frac{\pi}{4}=\frac{13\pi}{4}$

<u>Ответ</u>: а) $-\frac{\pi}{4}+2\pi k;\ -\frac{3\pi}{4}+2\pi k;\ k\in Z$

б) $\frac{13\pi}{4}$

---

6 а) $\sqrt{6}\cdot\cos x+2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}=\sin 2x$ б) $\left[3\pi;\ \frac{9\pi}{2}\right]$ ЕГЭ-2018

а) $\sqrt{6}\cos x+2\left(\sin 2x\cdot\cos\frac{\pi}{3}+\cos 2x\cdot\sin\frac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}=\sin 2x$

$\sqrt{6}\cdot\cos x+2\left(\frac{1}{2}\cdot\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\cos 2x\right)+\sqrt{3}-\sin 2x=0$

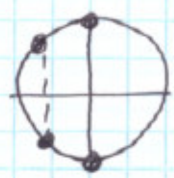
$\sqrt{6}\cos x+\cancel{\sin 2x}+\sqrt{3}\cos 2x+\sqrt{3}-\cancel{\sin 2x}=0.$

$\sqrt{2}\cos x+\cos 2x+1=0$

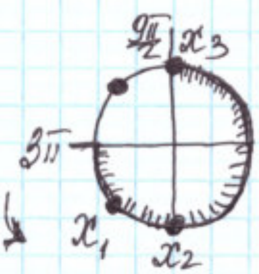
$\sqrt{2}\cos x+2\cos^2 x=0$

$\cos x\left(\sqrt{2}+2\cos x\right)=0$

$\left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \cos x=-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+\pi k\\ x=\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k,\quad k\in Z\end{array}\right.$



б) $\left[3\pi;\ \frac{9\pi}{2}\right]$



$x_1=3\pi+\frac{\pi}{4}=\frac{13\pi}{4}$

$x_2=\frac{13\pi}{4}+\frac{\pi}{4}=\frac{14\pi}{4}=\frac{7\pi}{2}$

$x_3=\frac{9\pi}{2}$

<u>Ответ</u>: а) $\frac{\pi}{2}+\pi k;\ k\in Z;\ \pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k;\ k\in Z$

б) $\frac{13\pi}{4};\ \frac{7\pi}{2};\ \frac{9\pi}{2}$

13.2. Однородные уравнения. Формулы приведения. Формулы сложения. Условия – ограничения.

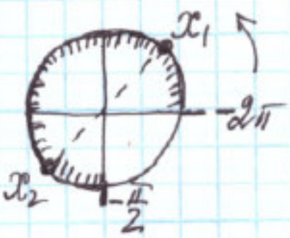
7 а) $\dfrac{2}{tg^2x+1}=\sin 2x$ б) $\left[-2\pi; -\dfrac{\pi}{2}\right]$ ЕГЭ-2014

$\begin{cases}\cos x\neq 0\\ 2\cos^2x-2\sin x\cos x=0\end{cases}$ $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ 2\cos x(\cos x-\sin x)=0.\end{cases}$

$\cos x-\sin x=0$; $1-tg x=0$; $tg x=1$

$x=\dfrac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in Z.$

б) $\left[-2\pi; -\dfrac{\pi}{2}\right]$



$x_1=-2\pi+\dfrac{\pi}{4}=-\dfrac{7\pi}{4}$

$x_2=-\dfrac{7\pi}{4}+\pi=-\dfrac{3\pi}{4}.$

<u>Ответ:</u> а) $\dfrac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in Z$

б) $-\dfrac{7\pi}{4}$; $-\dfrac{3\pi}{4}$

---

8 а) $4\sin^2x=tg x$ б) $[-\pi; 0]$ ЕГЭ-2015

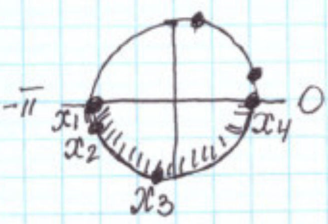
а) $4\sin^2x-\dfrac{\sin x}{\cos x}=0$

$\begin{cases}\cos x\neq 0\\ 4\sin^2x\cdot\cos x-\sin x=0\end{cases}$ $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \sin x(4\sin x\cdot\cos x-1)=0\end{cases}$

$\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ 2\sin 2x=1\end{array}\right.\end{cases}$ $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \left[\begin{array}{l}\sin x=0\\ \sin 2x=\frac{1}{2}\end{array}\right.\end{cases}$ $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \left[\begin{array}{l}x=\pi k\\ 2x=\frac{\pi}{6}+2\pi k\\ 2x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k\end{array}\right.\end{cases}$ $k\in Z$ $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ \left[\begin{array}{l}x=\pi k\\ x=\frac{\pi}{12}+\pi k\\ x=\frac{5\pi}{12}+\pi k\end{array}\right.\end{cases}$

$\left[\begin{array}{l}x=\pi k\\ x=\frac{\pi}{12}+\pi k\\ x=\frac{5\pi}{12}+\pi k,\ k\in Z\end{array}\right.$

б) $[-\pi; 0]$



$x_1=-\pi$

$x_2=-\pi+\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{-11\pi}{12}$

$x_3=-\pi+\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\pi}{12}=-\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\pi}{12}=-\dfrac{7\pi}{12}$

$x_4=0$

<u>Ответ:</u> а) πk; $\dfrac{\pi}{12}+\pi k$; $\dfrac{5\pi}{12}+\pi k,\ k\in Z$ б) $-\pi$; $-\dfrac{11\pi}{12}$; $-\dfrac{7\pi}{12}$; 0.

13.2. Однородные уравнения. Формулы приведения. Формулы сложения. Условия – ограничения.

(9) а) $\sin x = \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$ б) $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$

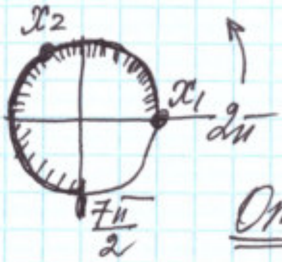
а) $\begin{cases} \sin x \geq 0 \\ \sin^2 x = \frac{1-\cos x}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} \sin x \geq 0 \\ 2(1-\cos^2 x) = 1-\cos x \end{cases}$

$\begin{cases} \sin x \geq 0 \\ 2(1-\cos x)(1+\cos x) - (1-\cos x) = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} \sin x \geq 0 \\ (1-\cos x)(2+2\cos x-1) = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \sin x \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} \cos x = 1 \\ \cos x = -\frac{1}{2} \end{array}\right. \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} x = 2\pi k \\ x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \ k \in Z \end{array}\right.$

б) $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$



$x_1 = 2\pi$

$x_2 = 2\pi + \frac{2\pi}{3} = \frac{8\pi}{3}$

Ответ: а) $2\pi k; \ 2\pi k + \frac{2\pi}{3}, \ k \in Z$

б) $2\pi; \ \frac{8\pi}{3}$

---

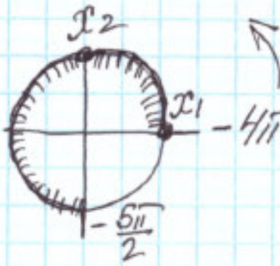
(10) а) $\frac{\sin x}{\cos^2 \frac{x}{2}} = 4\sin^2 \frac{x}{2}$ б) $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$ ЕГЭ-2018

а) $\frac{2\sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}}{\cos^2 \frac{x}{2}} = 4\sin^2 \frac{x}{2}$; $\frac{2\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} - 4\sin^2 \frac{x}{2} = 0.$

$2\sin \frac{x}{2}\left(\frac{1}{\cos \frac{x}{2}} - 2\sin \frac{x}{2}\right) = 0$; $\sin \frac{x}{2}\left(\frac{1 - 2\sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}}\right) = 0.$

$\begin{cases} \cos \frac{x}{2} \neq 0 \\ \left[\begin{array}{l} \sin \frac{x}{2} = 0 \\ \sin x = 1 \end{array}\right. \end{cases}$ $\begin{cases} \cos \frac{x}{2} \neq 0 \\ \left[\begin{array}{l} \frac{x}{2} = \pi k \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{array}\right. \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{x}{2} \neq \frac{\pi}{2} + \pi n \\ \left[\begin{array}{l} x = 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{array}\right. \end{cases}$ $\begin{cases} x \neq \pi + 2\pi n, \ n \in Z \\ \left[\begin{array}{l} x = 2\pi k \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k \end{array}\right. \end{cases}$

б)



$\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$

$x_1 = -4\pi$

$x_2 = -4\pi + \frac{\pi}{2} = -\frac{7\pi}{2}$

Ответ: а) $2\pi k; \ \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \ k \in Z$

б) $-4\pi; \ -\frac{7\pi}{2}$

13.3. Рациональные, иррациональные показательные, логарифмические уравнения.

1 а) $\frac{(x-1)^2}{8}+\frac{8}{(x-1)^2}=7\cdot\left(\frac{x-1}{4}-\frac{2}{x-1}\right)-1$ б) $[-2;3]$

а) Пусть $\frac{x-1}{4}-\frac{2}{x-1}=t$, тогда $\left(\frac{x-1}{4}-\frac{2}{x-1}\right)^2=t^2$,

$$\frac{(x-1)^2}{16}-2\cdot\frac{x-1}{4}\cdot\frac{2}{x-1}+\frac{4}{(x-1)^2}=t^2$$

$$\frac{(x-1)^2}{16}+\frac{4}{(x-1)^2}=t^2+1$$

$$\frac{(x-1)^2}{8}+\frac{8}{(x-1)^2}=2(t^2+1).$$

Данное уравнение перепишем в виде:

$$2(t^2+1)=7t-1$$

$$2t^2-7t+3=0$$

$$t=\frac{7\pm\sqrt{49-24}}{4}=\frac{7\pm5}{4} \qquad \left[\begin{array}{l}t=3\\ t=\frac{1}{2}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\frac{x-1}{4}-\frac{2}{x-1}=3\\ \frac{x-1}{4}-\frac{2}{x-1}=\frac{1}{2}\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}\frac{x^2-2x+1-8-12x+12}{4(x-1)}=0\\ \frac{x^2-2x+1-8-2x+2}{4(x-1)}=0\end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l}x\neq1\\ \left[\begin{array}{l}x^2-14x+5=0\\ x^2-4x-5=0\end{array}\right.\end{array}\right. \qquad \left\{\begin{array}{l}x\neq1\\ \left[\begin{array}{l}x=7\pm\sqrt{44}\\ x=-1\\ x=5\end{array}\right.\end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l}x=7\pm2\sqrt{11}\\ x=-1\\ x=5\end{array}\right.$$

б) $[-2;3]$ Оценим числа $7\pm2\sqrt{11}$:

$3<\sqrt{11}<4$	$-4<-\sqrt{11}<-3$	$-1\in[-2;3]$
$6<2\sqrt{11}<8$	$-8<-2\sqrt{11}<-6$	$5\notin[-2;3]$
$13<7+2\sqrt{11}<15$	$-1<7-2\sqrt{11}<1$	
$7+2\sqrt{11}\notin[-2;3]$	$7-2\sqrt{11}\in[-2;3]$	

Ответ: а) $7\pm2\sqrt{11}$; -1; 5

б) $7-2\sqrt{11}$; -1

13.3. Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения.

2) а) $\sqrt{x^3-4x^2-10x+29}=3-x$ б) $[-\sqrt{3};\sqrt{30}]$ ЕГЭ-2018

а) $\begin{cases} 3-x\geq 0 \\ x^3-4x^2-10x+29=9-6x+x^2 \end{cases}$

$\begin{cases} x\leq 3 \\ x^3-5x^2-4x+20=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x\leq 3 \\ x^2(x-5)-4(x-5)=0 \end{cases}$

$\begin{cases} x\leq 3 \\ (x-5)(x^2-4)=0 \end{cases}$

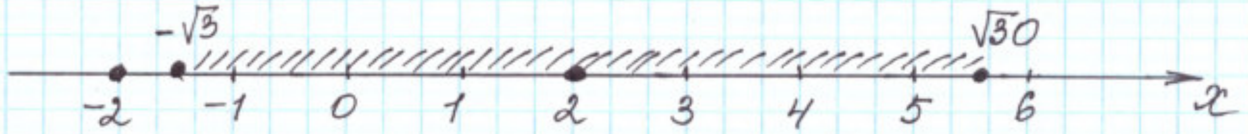
$\begin{cases} x\leq 3 \\ \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=\pm 2 \end{array}\right. \end{cases}$

$\boxed{x=\pm 2}$

б) $[-\sqrt{3};\sqrt{30}]$

$1<\sqrt{3}<2 \Rightarrow -2<-\sqrt{3}<-1 \Rightarrow -2\notin[-\sqrt{3};\sqrt{30}]$

$5<\sqrt{30}<6 \Rightarrow 2\in[-\sqrt{3};\sqrt{30}]$



Ответ: а) ± 2

б) 2

13.3 Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения.

3 а) $9^{x+1} - 2\cdot 3^{x+2} + 5 = 0$ б) $\left(\log_3 \frac{3}{2};\ \sqrt{5}\right)$ ЕГЭ-2013

а) $9\cdot 9^{x} - 18\cdot 3^{x} + 5 = 0$

$$3^x = \frac{9 \pm \sqrt{81-45}}{9} = \frac{9\pm 6}{9}$$

$$\left[\begin{array}{l} 3^x = \frac{5}{3} \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} 3^x = 3^{\log_3 \frac{5}{3}} \\ 3^x = 3^{-1} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = \log_3 \frac{5}{3} \\ x = -1 \end{array}\right.$$

б) $\left(\log_3 \frac{3}{2};\ \sqrt{5}\right)$

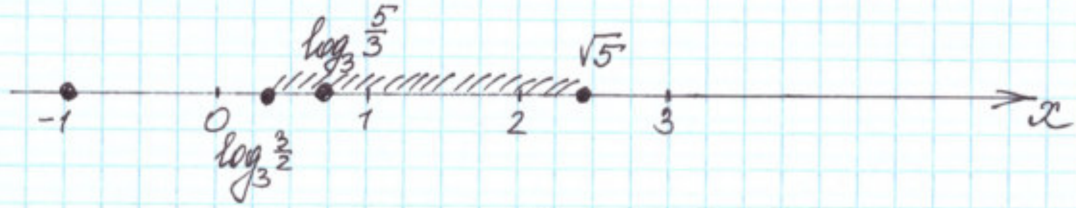
$$\log_3 1 < \log_3 \frac{3}{2} < \log_3 \frac{5}{3} < \log_3 3$$

$$0 < \log_3 \frac{3}{2} < \log_3 \frac{5}{3} < 1$$

$$2 < \sqrt{5} < 3$$

Значит: $-1 \notin \left(\log_3 \frac{3}{2};\ \sqrt{5}\right)$

$$\log_3 \frac{5}{3} \in \left(\log_3 \frac{3}{2};\ \sqrt{5}\right)$$



Ответ: а) $\log_3 \frac{5}{3}$; -1

б) $\log_3 \frac{5}{3}$

13.3. Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения.

4) а) $8^x - 7\cdot 4^x - 2^{x+4} + 112 = 0$ б) $[\log_2 5;\ \log_2 11]$ ЕГЭ-2016

а) $(2^x)^3 - 7\cdot(2^x)^2 - 16\cdot 2^x + 112 = 0$

$(2^x)^2(2^x - 7) - 16(2^x - 7) = 0$

$(2^x - 7)((2^x)^2 - 16) = 0$

$(2^x - 7)(2^x - 4)(2^x + 4) = 0$

$\left[\begin{array}{l} 2^x = 7 \\ 2^x = 4 \\ 2^x = -4, \text{ нет решений} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} 2^x = 2^{\log_2 7} \\ 2^x = 2^2 \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = \log_2 7 \\ x = 2 \end{array}\right.$

б) $[\log_2 5;\ \log_2 11]$

1) Функция $y = \log_2 t$ возрастающая на $(0; +\infty)$ и $5 < 7 < 11$, поэтому

$\log_2 5 < \log_2 7 < \log_2 11$, т.е. $\log_2 7 \in [\log_2 5; \log_2 11]$

2). $2 = \log_2 4$, $\log_2 4 < \log_2 5$, т.е. $2 \notin [\log_2 5; \log_2 11]$

Ответ: а) $\log_2 7$; 2

б) $\log_2 7$

13.3. Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения.

5 а) $7^{x^2-2x}+7^{x^2-2x-1}=56$ б) $[-1;1]$

а) Пусть $7^{x^2-2x-1}=t$, тогда $7^{x^2-2x}=7t$.

$7t+t=56$

$8t=56$

$t=7$

$7^{x^2-2x-1}=7^1$

$x^2-2x-1=1$

$x^2-2x-2=0$

$x=1\pm\sqrt{1+2}$

$\boxed{x=1\pm\sqrt{3}}$

б) $[-1;1]$.

$1<\sqrt{3}<2$	$-2<-\sqrt{3}<-1$
$2<1+\sqrt{3}<3$	$-1<1-\sqrt{3}<0$
$1+\sqrt{3}\notin[-1;1]$	$1-\sqrt{3}\in[-1;1]$

Ответ: а) $1\pm\sqrt{3}$
б) $1-\sqrt{3}$

13.3. Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения.

6 а) $3\cdot 9^{x-\frac{1}{2}} - 7\cdot 6^{x} + 3\cdot 4^{x+1} = 0$ б) $[2;3]$ ЕГЭ-2014

а) $9^x - 7\cdot 6^x + 12\cdot 4^x = 0 \quad \Big| : 4^x, \quad 4^x \neq 0.$

$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - 7\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{x} + 12 = 0$

$\left[\begin{array}{l} \left(\frac{3}{2}\right)^{x} = 3 \\ \left(\frac{3}{2}\right)^{x} = 4 \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} \left(\frac{3}{2}\right)^{x} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\log_{\frac{3}{2}} 3} \\ \left(\frac{3}{2}\right)^{x} = \left(\frac{3}{2}\right)^{\log_{\frac{3}{2}} 4} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = \log_{1,5} 3 \\ x = \log_{1,5} 4 \end{array}\right.$

б) $[2;3]$

Функция $y = \log_{1,5} t$ возрастающая на $(0;+\infty)$

$\frac{9}{4} < 3 < \frac{27}{8} < 4$

$\log_{1,5}\frac{9}{4} < \log_{1,5} 3 < \log_{1,5}\frac{27}{8} < \log_{1,5} 4$

$2 < \log_{1,5} 3 < 3 < \log_{1,5} 4$

Значит: $\log_{1,5} 3 \in [2;3]$

$\log_{1,5} 4 \notin [2;3]$

Ответ: а) $\log_{1,5} 3$; $\log_{1,5} 4$

б) $\log_{1,5} 3$

13.3. Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения

7 а) $(4^x-8)^2-10|4^x-8|=3\cdot 4^x-36$ б) $[2;3]$

а) $(4^x-8)^2-10\cdot|4^x-8|=3\cdot(4^x-8)-12$

Пусть $4^x-8=t$, тогда

$t^2-10|t|-3t+12=0$

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}t\geq 0\\ t^2-10t-3t+12=0\end{cases}\\ \begin{cases}t<0\\ t^2+10t-3t+12=0\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}t\geq 0\\ t^2-13t+12=0\end{cases}\\ \begin{cases}t<0\\ t^2+7t+12=0\end{cases}\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}\begin{cases}t\geq 0\\ \left[\begin{array}{l}t=1\\ t=12\end{array}\right.\end{cases}\\ \begin{cases}t<0\\ \left[\begin{array}{l}t=-3\\ t=-4\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=12\\ t=-3\\ t=-4\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}4^x-8=1\\ 4^x-8=12\\ 4^x-8=-3\\ 4^x-8=-4\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}4^x=9\\ 4^x=20\\ 4^x=5\\ 4^x=4\end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l}x=\log_4 9\\ x=\log_4 20\\ x=\log_4 5\\ x=1\end{array}\right.$$

б) $[2;3]$

Функция $y=\log_4 P$ возрастающая на $(0;+\infty)$

$4<5<9<16<20<64$

$\log_4 4<\log_4 5<\log_4 9<\log_4 16<\log_4 20<\log_4 64$

$1<\log_4 5<\log_4 9<2<\log_4 20<3$

Поэтому $1\notin[2;3]$ $\log_4 20\in[2;3]$

$\log_4 5\notin[2;3]$

$\log_4 9\notin[2;3]$

<u>Ответ</u>: а) 1; $\log_4 5$; $\log_4 9$; $\log_4 20$

б) $\log_4 20$

13.9. Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения.

8 а) $1+\log_3(10x^2+1)=\log_{\sqrt{3}}\sqrt{3x^4+30}$ б) $\left[-\frac{11}{4};\frac{2}{3}\right]$ ЕГЭ-2013

а) Заметим, что $10x^2+1>0$ и $3x^4+30>0$ при любых действительных значениях x.

$\log_3 3+\log_3(10x^2+1)=\log_3(3x^4+30)$

$\log_3(30x^2+3)=\log_3(3x^4+30)$

$30x^2+3=3x^4+30$

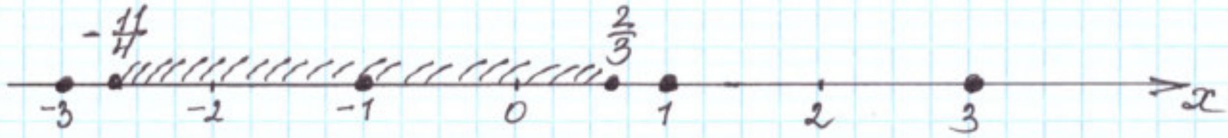
$3x^4-30x^2+27=0$

$x^4-10x^2+9=0$

$\left[\begin{array}{l}x^2=1\\x^2=9\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\x=\pm3\end{array}\right.$

б) $\left[-\frac{11}{4};\frac{2}{3}\right]$

$\left[-2\frac{3}{4};\frac{2}{3}\right]$



$-3\notin\left[-\frac{11}{4};\frac{2}{3}\right]$ $-1\in\left[-\frac{11}{4};\frac{2}{3}\right]$

$1\notin\left[-\frac{11}{4};\frac{2}{3}\right]$

$3\notin\left[-\frac{11}{4};\frac{2}{3}\right]$

Ответ: а) $\pm1;\ \pm3$

б) -1

13.3. Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения.

9 а) $\log_5(2-x)=\log_{25}x^4$ б) $\left[\log_9\frac{1}{82};\log_9 8\right]$ ЕГЭ-2014

а) $\log_5(2-x)=\log_{5^2}(x^2)^2$

$\log_5(2-x)=\log_5 x^2$

$\begin{cases}2-x>0\\2-x=x^2\end{cases}$ $\begin{cases}x<2\\x^2+x-2=0\end{cases}$ $\begin{cases}x<2\\\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right.\end{cases}$ $\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right.$

б) $\left[\log_9\frac{1}{82};\log_9 8\right]$

Функция $y=\log_9 t$ возрастающая на $(0;+\infty)$

$\frac{1}{82}<\frac{1}{81}<8<9$

$\log_9\frac{1}{82}<\log_9\frac{1}{81}<\log_9 8<\log_9 9$

$\log_9\frac{1}{82}<-2<\log_9 8<1$

Поэтому: $-2\in\left[\log_9\frac{1}{82};\log_9 8\right]$

$1\notin\left[\log_9\frac{1}{82};\log_9 8\right]$

Ответ: а) $-2;1$

б) -2

13.3. Рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические уравнения.

10 а) $6\log_{27}^2 x + 5\log_{27} x + 1 = 0$ б) $\left[\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right]$

а) Пусть $\log_{27} x = t$, тогда

$$6t^2 + 5t + 1 = 0$$

$$t = \frac{-5 \pm \sqrt{25-24}}{12} = \frac{-5 \pm 1}{12} \qquad \left[\begin{array}{l} t = -\frac{1}{2} \\ t = -\frac{1}{3} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \log_{27} x = -\frac{1}{2} \\ \log_{27} x = -\frac{1}{3} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = 27^{-\frac{1}{2}} \\ x = 27^{-\frac{1}{3}} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{\sqrt{27}} \\ x = \frac{1}{\sqrt[3]{27}} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} x = \frac{\sqrt{3}}{9} \\ x = \frac{1}{3} \end{array}\right.$$

б) $\left[\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right]$

Сравним: $\frac{\sqrt{3}}{9} \vee \frac{1}{5}$

$5\sqrt{3} \vee 9$

$\sqrt{75} \vee \sqrt{81}$

$\frac{\sqrt{3}}{9} < \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{9} \notin \left[\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right]$

Сравним: $\frac{1}{5} < \frac{1}{3}$; $\frac{1}{3} < \frac{2}{5}$

$\frac{1}{5} < \frac{1}{3} < \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{1}{3} \in \left[\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right]$

<u>Ответ</u>: а) $\frac{\sqrt{3}}{9}$; $\frac{1}{3}$

б) $\frac{1}{3}$

13.4. Уравнения смешанного типа.

1) а) $15^{\cos x} = 3^{\cos x} \cdot 5^{\sin x}$ б) $\left[5\pi; \frac{13\pi}{2}\right]$ ЕГЭ-2013

а) $5^{\cos x} \cdot 3^{\cos x} - 3^{\cos x} \cdot 5^{\sin x} = 0$

$3^{\cos x} \cdot (5^{\cos x} - 5^{\sin x}) = 0$

$\left[\begin{array}{l} 3^{\cos x} = 0 \text{ — нет решений} \\ 5^{\cos x} = 5^{\sin x} \end{array}\right.$

$\cos x = \sin x$

$\operatorname{tg} x = 1$

$x = \frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z$

б) $\left[5\pi; \frac{13\pi}{2}\right]$

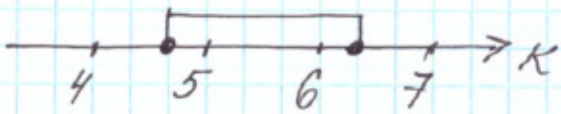
$5\pi \le \frac{\pi}{4} + \pi k \le \frac{13\pi}{2}$

$5 \le \frac{1}{4} + k \le \frac{13}{2}$

$5 - \frac{1}{4} \le k \le \frac{13}{2} - \frac{1}{4}$

$\frac{19}{4} \le k \le \frac{25}{4}$

$4\frac{3}{4} \le k \le 6\frac{1}{4}$



$k = 5,\ x = \frac{\pi}{4} + 5\pi = \frac{21\pi}{4}$

$k = 6,\ x = \frac{\pi}{4} + 6\pi = \frac{25\pi}{4}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{4} + \pi k,\ k \in Z$

б) $\frac{21\pi}{4};\ \frac{25\pi}{4}$

13.4. Уравнения смешанного типа.

2 а) $(27^{\cos x})^{\sin x} = 3^{\frac{3\cos x}{2}}$ б) $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$ ЕГЭ-2013

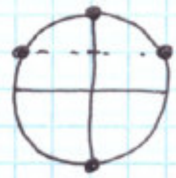
а) $3^{3\sin x \cdot \cos x} = 3^{1,5\cos x}$

$3\sin x \cdot \cos x = 1,5\cos x$

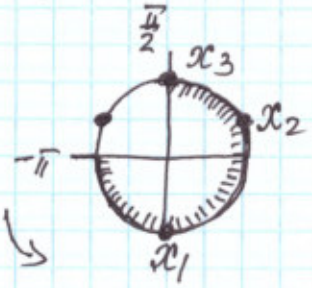
$2\sin x \cos x - \cos x = 0$

$\cos x\,(2\sin x - 1) = 0$

$\left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \; k \in Z \end{array}\right.$



б) $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$



$x_1 = -\pi + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2}$

$x_2 = -\pi + \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$

$x_3 = \frac{\pi}{2}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k; \; \frac{\pi}{6} + 2\pi k; \; \frac{5\pi}{6} + 2\pi k; \; k \in Z$

б) $-\frac{\pi}{2}; \; \frac{\pi}{6}; \; \frac{\pi}{2}$

13.4 Уравнения смешанного типа.

3) а) $9^{\sin x} + 9^{-\sin x} = \frac{10}{3}$ б) $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ ЕГЭ-2014

а) Пусть $9^{\sin x} = t$, где $t > 0$, тогда

$$t + \frac{1}{t} = \frac{10}{3}$$

$$3t^2 + 3 = 10t$$

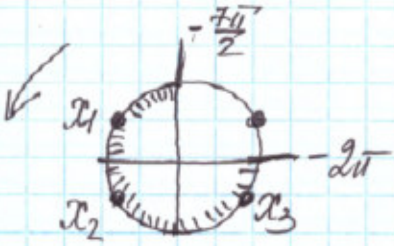
$$3t^2 - 10t + 3 = 0$$

$$t = \frac{5 \pm \sqrt{25-9}}{3} = \frac{5 \pm 4}{3} \qquad \left[\begin{array}{l} t = 3 \\ t = \frac{1}{3} \end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 9^{\sin x} = 3 \\ 9^{\sin x} = \frac{1}{3} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} 3^{2\sin x} = 3^1 \\ 3^{2\sin x} = 3^{-1} \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} 2\sin x = 1 \\ 2\sin x = -1 \end{array}\right. \quad \left[\begin{array}{l} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

$$x = \pm\frac{\pi}{6} + \pi k, \quad k \in Z.$$

б) $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$



$$x_1 = -\frac{7\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = -\frac{19\pi}{6}$$

$$x_2 = -\frac{19\pi}{6} + \frac{2\pi}{6} = -\frac{17\pi}{6}$$

$$x_3 = -\frac{17\pi}{6} + \frac{4\pi}{6} = -\frac{13\pi}{6}$$

Ответ: а) $\pm\frac{\pi}{6} + \pi k, \ k \in Z$

б) $-\frac{19\pi}{6}; -\frac{17\pi}{6}; -\frac{13\pi}{6}$

13.4. Уравнения смешанного типа.

4 а) $9\cdot 81^{\cos x}-28\cdot 9^{\cos x}+3=0$ б) $\left[\frac{5\pi}{2};\ 4\pi\right]$ ЕГЭ-2017

а) Пусть $9^{\cos x}=t$, тогда

$$9t^2-28t+3=0$$

$$t=\frac{14\pm\sqrt{196-27}}{9}=\frac{14\pm13}{9}\qquad \left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=\frac{1}{9}\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l} 9^{\cos x}=3 \\ 9^{\cos x}=\frac{1}{9}\end{array}\right.\quad \left[\begin{array}{l} 3^{2\cos x}=3^{1} \\ 3^{2\cos x}=3^{-2}\end{array}\right.\quad \left[\begin{array}{l} 2\cos x=1 \\ 2\cos x=-2\end{array}\right.\quad \left[\begin{array}{l} \cos x=\frac{1}{2} \\ \cos x=-1\end{array}\right.$$

$$x=\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi k}{3},\ k\in Z$$

б) $\left[\frac{5\pi}{2};\ 4\pi\right]$

$$\frac{5\pi}{2}\le\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi k}{3}\le 4\pi$$

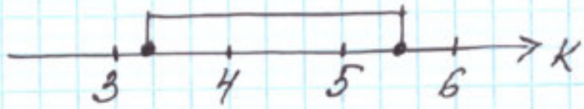
$$\frac{5}{2}-\frac{1}{3}\le\frac{2k}{3}\le 4-\frac{1}{3}$$

$$\frac{13}{6}\le\frac{2k}{3}\le\frac{11}{3}$$

$$\frac{13\cdot3}{6\cdot2}\le k\le\frac{11\cdot3}{3\cdot2}$$

$$\frac{13}{4}\le k\le\frac{11}{2}$$

$$3\frac{1}{4}\le k\le 5\frac{1}{2}$$



$k=4,\quad x=\frac{\pi}{3}+\frac{8\pi}{3}=\frac{9\pi}{3}=3\pi$

$k=5,\quad x=\frac{\pi}{3}+\frac{10\pi}{3}=\frac{11\pi}{3}$

<u>Ответ:</u> а) $\frac{\pi}{3}+\frac{2\pi k}{3},\ k\in Z$

б) $3\pi;\ \frac{11\pi}{3}$

13.4. Уравнения смешанного типа.

5 а) $2x\cdot\cos x-8\cos x+x-4=0$ б) $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$ ЕГЭ-2017

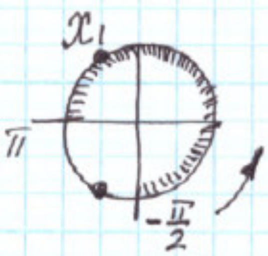
а) $2\cos x(x-4)+(x-4)=0$

$(x-4)(2\cos x+1)=0$

$\left[\begin{array}{l}x=4\\ \cos x=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}x=4\\ x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in Z\end{array}\right.$

б) $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$

$4>\pi \Rightarrow 4\notin\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$



$x_1=-\frac{\pi}{2}+\frac{2\pi}{2}+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{3}.$

Ответ: а) $4;\ \pm\frac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in Z$

б) $\frac{2\pi}{3}$

13.4. Уравнения смешанного типа.

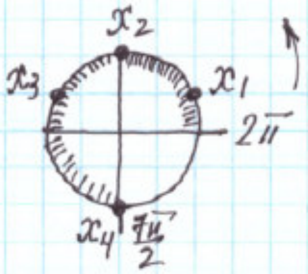
6 а) $\log_5(\cos x - \sin 2x + 25) = 2$ б) $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ ЕГЭ-2012

а) $\cos x - 2\sin x\cos x + 25 = 25$

$\cos x(1 - 2\sin x) = 0$

$$\left[\begin{array}{l} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \qquad \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + \pi k \\ x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in Z \end{array}\right.$$

б) $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$



$x_1 = 2\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{13\pi}{6}$

$x_2 = 2\pi + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$

$x_3 = \frac{5\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{17\pi}{6}$

$x_4 = \frac{7\pi}{2}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi k$; $\frac{\pi}{6} + 2\pi k$; $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$; $k \in Z$

б) $\frac{13\pi}{6}$; $\frac{5\pi}{2}$; $\frac{17\pi}{6}$; $\frac{7\pi}{2}$

13.4. Уравнения смешанного типа.

7 а) $(2\cos^2 x + 3\sin x - 3)\cdot \log_2(\sqrt{2}\cos x) = 0$ б) $[-5\pi; -3\pi]$

а) $\begin{cases} 2\cos^2 x + 3\sin x - 3 = 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$ или $\log_2(\sqrt{2}\cos x) = 0$

$\sqrt{2}\cos x = 1$

$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in Z$

$\begin{cases} 2 - 2\sin^2 x + 3\sin x - 3 = 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \\ \cos x > 0 \end{cases}$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right. \\ \cos x > 0 \end{cases}$

$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k,\ k \in Z$

Объединим полученные решения: $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \\ x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in Z \end{array}\right.$

б) $[-5\pi; -3\pi]$

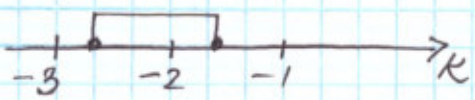
$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$

$-5\pi \le \frac{\pi}{6} + 2\pi k \le -3\pi$

$-5 - \frac{1}{6} \le 2k \le -3 - \frac{1}{6}$

$-\frac{31}{6} \le 2k \le -\frac{19}{6}$

$-2\frac{7}{12} \le k \le -1\frac{7}{12}$



$k = -2;\ x = \frac{\pi}{6} - 4\pi = -\frac{23\pi}{6}$

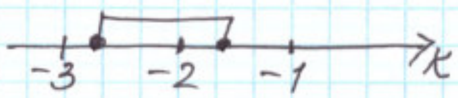
$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi k$

$-5\pi \le \frac{\pi}{4} + 2\pi k \le -3\pi$

$-5 - \frac{1}{4} \le 2k \le -3 - \frac{1}{4}$

$-\frac{21}{4} \le 2k \le -\frac{13}{4}$

$-2\frac{5}{8} \le k \le -1\frac{5}{8}$



$k = -2;\ x = \frac{\pi}{4} - 4\pi = \frac{-15\pi}{4}$

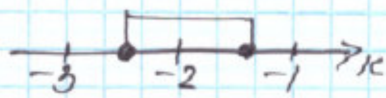
$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi k$

$-5\pi \le -\frac{\pi}{4} + 2\pi k \le -3\pi$

$-5 + \frac{1}{4} \le 2k \le -3 + \frac{1}{4}$

$-\frac{19}{4} \le 2k \le -\frac{11}{4}$

$-2\frac{3}{8} \le k \le -1\frac{3}{8}$



$k = -2;\ x = -\frac{\pi}{4} - 4\pi = \frac{-17\pi}{4}$

<u>Ответ</u>: а) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k;\ \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi k;\ k \in Z$

б) $-\frac{23\pi}{6};\ -\frac{15\pi}{4};\ -\frac{17\pi}{4}$

13.4. Уравнения смешанного типа.

8 а) $2\log_2^2(2\sin x)-7\log_2(2\sin x)+3=0$ б) $\left[\frac{\pi}{2};2\pi\right]$ ЕГЭ-2016

а) Пусть $\log_2(2\sin x)=t$, тогда

$2t^2-7t+3=0$

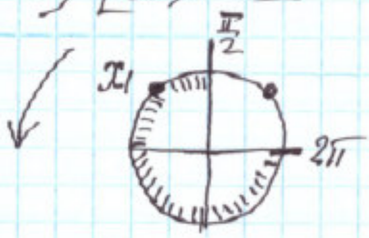
$t=\frac{7\pm\sqrt{49-24}}{4}=\frac{7\pm5}{4}$ $\left[\begin{array}{l}t=\frac{1}{2}\\ t=3\end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l}\log_2(2\sin x)=\frac{1}{2}\\ \log_2(2\sin x)=3\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}2\sin x=\sqrt{2}\\ 2\sin x=8\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}\\ \sin x=4 \text{ -нет решений}\end{array}\right.$

т.к. $4\notin[-1;1]$

$\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{4}+2\pi k\\ x=\frac{3\pi}{4}+2\pi k,\end{array}\right.$ $k\in Z$.

б) $\left[\frac{\pi}{2};2\pi\right]$



$x_1=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{4}+2\pi k$; $\frac{3\pi}{4}+2\pi k$; $k\in Z$

б) $\frac{3\pi}{4}$

13.4. Уравнения смешанного типа.

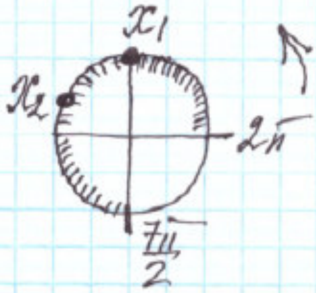
9 а) $\frac{\log_2^2(\sin x)+\log_2(\sin x)}{2\cos x-\sqrt{3}}=0$ б) $[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}]$

а) $\begin{cases}\log_2(\sin x)\cdot(\log_2(\sin x)+1)=0\\ \cos x\neq\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$

$\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\log_2(\sin x)=0\\ \log_2(\sin x)=-1\end{array}\right.\\ \cos x\neq\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$ $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.\\ \cos x\neq\frac{\sqrt{3}}{2}\end{cases}$

$\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}+2\pi k\\ x=\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\quad k\in Z\end{array}\right.$

б) $[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}]$



$x_1=2\pi+\frac{\pi}{2}=\frac{5\pi}{2}$

$x_2=\frac{5\pi}{2}+\frac{\pi}{3}=\frac{17\pi}{6}$

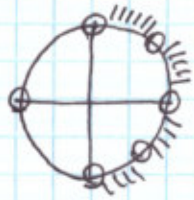
Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+2\pi k;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi k;\ k\in Z$

б) $\frac{5\pi}{2};\ \frac{17\pi}{6}$

13.4. Уравнения смешанного типа.

10 а) $\dfrac{(\operatorname{tg}x+\sqrt{3})\cdot\log_{13}(2\sin^2x)}{\log_{31}(\sqrt{2}\cos x)}=0$ б) $\left[-\frac{7\pi}{2};-2\pi\right]$

а) 1. ОДЗ: $\begin{cases}\cos x\neq 0\\ 2\sin^2x>0\\ \sqrt{2}\cos x>0\\ \sqrt{2}\cos x\neq 1\end{cases}$ $\begin{cases}\cos x>0\\ \sin x\neq 0\\ \cos x\neq\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$



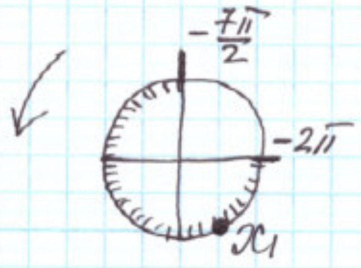
2. $(\operatorname{tg}x+\sqrt{3})\cdot\log_{13}(2\sin^2x)=0$

$\left[\begin{array}{l}\operatorname{tg}x=-\sqrt{3}\\ 2\sin^2x=1\end{array}\right.$ $\left[\begin{array}{l}\operatorname{tg}x=-\sqrt{3}\\ \sin x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$

3. С учетом ОДЗ получим:

$x=-\frac{\pi}{3}+2\pi k,\quad k\in Z$

б) $\left[-\frac{7\pi}{2};-2\pi\right]$



$x_1=-\frac{7\pi}{2}+\frac{2\pi}{2}+\frac{\pi}{6}=\frac{-5\pi}{2}+\frac{\pi}{6}=-\frac{7\pi}{3}$

Ответ: а) $-\frac{\pi}{3}+2\pi k,\quad k\in Z$

б) $-\frac{7\pi}{3}$