

**1. Прототип задания В12 (№ 27953)**

При температуре  $0^{\circ}\text{C}$  рельс имеет длину  $l_0 = 10$  м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону  $l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha \cdot t^{\circ})$ , где  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^{\circ})^{-1}$  – коэффициент теплового расширения,  $t^{\circ}$  – температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

**2. Прототип задания В12 (№ 27954)**

Некоторая компания продает свою продукцию по цене  $p = 500$  руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют  $v = 300$  руб., постоянные расходы предприятия  $f = 700000$  руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле  $\pi(q) = q(p - v) - f$ . Определите наименьший месячный объем производства  $q$  (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет не меньше 300000 руб.

**3. Прототип задания В12 (№ 27955)**

После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время  $t$  падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле  $h = 5t^2$ , где  $h$  – расстояние в метрах,  $t$  – время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

**4. Прототип задания В12 (№ 27956)**

Зависимость объёма спроса  $q$  (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены  $p$  (тыс. руб.) задаётся формулой  $q = 100 - 10p$ . Выручка предприятия за месяц  $r$  (в тыс. руб.) вычисляется по формуле  $r(p) = q \cdot p$ . Определите наибольшую цену  $p$ , при которой месячная выручка  $r(p)$  составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

**5. Прототип задания В12 (№ 27957)**

Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону  $h(t) = 1,6 + 8t - 5t^2$ , где  $h$  – высота в метрах,  $t$  – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее трех метров?

**6. Прототип задания В12 (№ 27958)**

Если достаточно быстро вращать ведро с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведерка сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна  $P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right)$ , где  $m$  – масса воды в килограммах,  $v$  – скорость движения ведерка в м/с,  $L$  – длина веревки в метрах,  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 40 см? Ответ выразите в м/с.

**7. Прототип задания В12 (№ 27959)**

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0}kt + \frac{g}{2}k^2t^2$ , где  $t$  – время в секундах, прошедшее с момента открытия крана,  $H_0 = 20$  м – начальная высота столба воды,  $k = 1/50$  – отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объема воды?

**8. Прототип задания В12 (№ 27960)**

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нем, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = at^2 + bt + H_0$ , где  $H_0 = 4$  м – начальный уровень воды,  $a = \frac{1}{100}$  м/мин<sup>2</sup>, и  $b = -\frac{2}{5}$  м/мин – постоянные,  $t$  – время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

### 9. Прототип задания В12 (№ 27961)

Камнеметательная машина выстреливает камни под некоторым острым углом к горизонту. Траектория полета камня описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где  $a = -\frac{1}{100}$  м<sup>-1</sup>,  $b = 1$  – постоянные параметры,  $x$  (м) – смещение камня по горизонтали,  $y$  (м) – высота камня над землей. На каком наибольшем расстоянии (в метрах) от крепостной стены высотой 8 м нужно расположить машину, чтобы камни пролетали над стеной на высоте не менее 1 метра?

### 10. Прототип задания В12 (№ 27962)

Зависимость температуры (в градусах Кельвина) от времени для нагревательного элемента некоторого прибора была получена экспериментально. На исследуемом интервале температур вычисляется по формуле  $T(t) = T_0 + bt + at^2$ , где  $t$  – время в минутах,  $T_0 = 1400$  К,  $a = -10$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 200$  К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1760 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

### 11. Прототип задания В12 (№ 27963)

Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону  $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$ , где  $t$  – время в минутах,  $\omega = 20^\circ/\text{мин}$  – начальная угловая скорость вращения катушки, а  $\beta = 4^\circ/\text{мин}^2$  – угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки  $\varphi$  достигнет  $1200^\circ$ . Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ выразите в минутах.

### 12. Прототип задания В12 (№ 27964)

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 57$  км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 12$  км/ч<sup>2</sup>. Расстояние от мотоциклиста до города, измеряемое в километрах, определяется выражением  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ . Определите наибольшее время, в течение которого мотоциклист будет находиться в зоне функционирования сотовой связи, если оператор гарантирует покрытие на расстоянии не далее чем в 30 км от города. Ответ выразите в минутах.

### 13. Прототип задания В12 (№ 27965)

Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью  $v_0 = 20$  м/с, начал торможение с постоянным ускорением  $a = 5$  м/с<sup>2</sup>. За  $t$  секунд после начала торможения он прошёл путь  $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$  (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 30 метров. Ответ выразите в секундах.

### 14. Прототип задания В12 (№ 27966)

Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трех однородных соосных цилиндров: центрального массой  $m = 8$  кг и радиуса  $R = 10$  см, и двух боковых с массами  $M = 1$  кг и с радиусами  $R + h$ . При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в кг·см<sup>2</sup>, дается формулой  $I = \frac{(m + 2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$ . При каком максимальном значении  $h$  момент инерции катушки не превышает предельного значения 625 кг·см<sup>2</sup>? Ответ выразите в

сантиметрах.

### 15. Прототип задания В12 (№ 27967)

На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле:  $F_A = \rho g l^3$ , где  $l$  – длина ребра куба в метрах,  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  – плотность воды, а  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 9,8 \text{ Н/кг}$ ). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 78400 Н? Ответ выразите в метрах.

### 16. Прототип задания В12 (№ 27968)

На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле:  $F_A = \alpha \rho g r^3$ , где  $\alpha = 4,2$  – постоянная,  $r$  – радиус аппарата в метрах,  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$  – плотность воды, а  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ Н/кг}$ ). Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше, чем 336000 Н? Ответ выразите в метрах.

### 17. Прототип задания В12 (№ 27969)

Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому мощность излучения нагретого тела  $P$ , измеряемая в ваттах, прямо пропорциональна площади его поверхности и четвертой степени температуры:  $P = \sigma S T^4$ , где  $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8}$  – постоянная, площадь  $S$  измеряется в квадратных метрах, а температура  $T$  – в градусах Кельвина. Известно, что некоторая звезда имеет площадь  $S = \frac{1}{16} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$ , а излучаемая ею мощность  $P$  не менее  $9,12 \cdot 10^{25}$  Вт. Определите наименьшую возможную температуру этой звезды. Приведите ответ в градусах Кельвина.

### 18. Прототип задания В12 (№ 27970)

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 30$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана – в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ . Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

### 19. Прототип задания В12 (№ 27971)

Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0 = 440$  Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону  $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$  (Гц), где  $c$  – скорость звука в воздухе (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а  $c = 315$  м/с. Ответ выразите в м/с.

### 20. Прототип задания В12 (№ 27972)

По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна  $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ , где  $\varepsilon$  – ЭДС источника (в вольтах),  $r = 1$  Ом – его внутреннее сопротивление,  $R$  – сопротивление цепи (в Омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания  $I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}$ ? (Ответ выразите в Омах.)

### 21. Прототип задания В12 (№ 27973)

Сила тока в цепи  $I$  (в амперах) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома:  $I = \frac{U}{R}$ , где  $U$  – напряжение в вольтах,  $R$  – сопротивление электроприбора в Омах. В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 4 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Ответ выразите в Омах.

### 22. Прототип задания В12 (№ 27974)

Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле  $A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}$ , где  $\omega$  – частота вынуждающей силы (в  $c^{-1}$ ),  $A_0$  – постоянный параметр,  $\omega_p = 360c^{-1}$  – резонансная частота. Найдите максимальную частоту  $\omega$ , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину  $A_0$  не более чем на 12,5%. Ответ выразите в  $c^{-1}$ .

### 23. Прототип задания В12 (№ 27975)

В розетку электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет  $R_1 = 90$  Ом. Параллельно с ними в розетку предполагается подключить электрообогреватель. Определите наименьшее возможное сопротивление  $R_2$  этого электрообогревателя, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями  $R_1$  Ом и  $R_2$  Ом их общее сопротивление дается формулой  $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$  (Ом), а для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 9 Ом. Ответ выразите в Омах.

### 24. Прототип задания В12 (№ 27976)

Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой  $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$ , где  $T_1$  – температура нагревателя (в градусах Кельвина),  $T_2$  – температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя  $T_1$  КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника  $T_2 = 340$  К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

### 25. Прототип задания В12 (№ 27977)

Коэффициент полезного действия (КПД) кормозапарника равен отношению количества теплоты, затраченного на нагревание воды массой  $m_B$  (в килограммах) от температуры  $t_1$  до температуры  $t_2$  (в градусах Цельсия) к количеству теплоты, полученному от сжигания дров массы  $m_{\text{др}}$  кг. Он определяется формулой  $\eta = \frac{c_B m_B (t_2 - t_1)}{q_{\text{др}} m_{\text{др}}} \cdot 100\%$ , где  $c_B = 4,2 \cdot 10^3$  Дж/(кг·К) – теплоёмкость воды,  $q_{\text{др}} = 8,3 \cdot 10^6$  Дж/кг – удельная теплота сгорания дров. Определите наименьшее количество дров, которое понадобится сжечь в кормозапарнике, чтобы нагреть  $m = 83$  кг воды от  $10^\circ\text{C}$  до кипения, если известно, что КПД кормозапарника не больше 21%. Ответ выразите в килограммах.

### 26. Прототип задания В12 (№ 27978)

Опорные башмаки шагающего экскаватора, имеющего массу  $m = 1260$  тонн представляют собой две пустотелые балки длиной  $l = 18$  метров и шириной  $s$  метров каждая. Давление экскаватора на почву, выражаемое в килопаскалях, определяется формулой  $p = \frac{mg}{2ls}$ , где  $m$  – масса экскаватора (в тоннах),  $l$  – длина балок в метрах,  $s$  – ширина балок в метрах,  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). Определите наименьшую возможную ширину опорных балок, если известно, что давление  $p$  не должно превышать 140 кПа. Ответ выразите в метрах.

### 27. Прототип задания В12 (№ 27979)

К источнику с ЭДС  $\varepsilon = 55$  В и внутренним сопротивлением  $r = 0,5$  Ом, хотят подключить нагрузку с сопротивлением  $R$  Ом. Напряжение на этой нагрузке, выражаемое в вольтах, дается формулой

$U = \frac{\varepsilon R}{R+r}$ . При каком наименьшем значении сопротивления нагрузки напряжение на ней будет не менее 50 В? Ответ выразите в Омах.

### 28. Прототип задания В12 (№ 27980)

При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с

частотой исходного сигнала  $f_0 = 150$  Гц и определяется следующим выражением:  $f = f_0 \frac{c+u}{c-v}$  (Гц), где  $c$  – скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а  $u = 10$  м/с и  $v = 15$  м/с – скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости  $c$  (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике  $f$  будет не менее 160 Гц?

### 29. Прототип задания В12 (№ 27981)

Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 749 МГц. Скорость спуска батискафа, выражаемая в м/с, определяется по формуле

$v = c \frac{f-f_0}{f+f_0}$ , где  $c = 1500$  м/с – скорость звука в воде,  $f_0$  – частота испускаемых импульсов (в МГц),  $f$  – частота отраженного от дна сигнала, регистрируемая приёмником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отраженного сигнала  $f$ , если скорость погружения батискафа не должна превышать 2 м/с.

### 30. Прототип задания В12 (№ 27982)

Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной  $l$  км с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>, вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ . Определите наименьшее ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ выразите в км/ч<sup>2</sup>.

### 31. Прототип задания В12 (№ 27983)

При движении ракеты ее видимая для неподвижного наблюдателя длина, измеряемая в метрах,

сокращается по закону  $l = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ , где  $l_0 = 5$  м – длина покоящейся ракеты,  $c = 3 \cdot 10^5$  км/с – скорость света, а  $v$  – скорость ракеты (в км/с). Какова должна быть минимальная скорость ракеты, чтобы ее наблюдаемая длина стала не более 4 м? Ответ выразите в км/с.

### 32. Прототип задания В12 (№ 27984)

Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте  $h$  м над землей, выраженное в

километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км – радиус Земли. На какой наименьшей высоте следует располагаться наблюдателю, чтобы он видел горизонт на расстоянии не менее 4 километров? Ответ выразите в метрах.

### 33. Прототип задания В12 (№ 27985)

Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до

наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 6,4 километров?

### 34. Прототип задания В12 (№ 27986)

Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте  $h$  м над землей, выраженное в километрах, до

видимой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$ , где  $R = 6400$  км – радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведет лестница, каждая

ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 6,4 километров?

### 35. Прототип задания В12 (№ 27987)

Скорость автомобиля, разгоняющегося с места старта по прямолинейному отрезку пути длиной  $l$  км с постоянным ускорением  $a$  км/ч<sup>2</sup>, вычисляется по формуле  $v^2 = 2la$ . Определите, с какой наименьшей скоростью будет двигаться автомобиль на расстоянии 1 километра от старта, если по конструктивным особенностям автомобиля приобретаемое им ускорение не меньше 5000 км/ч<sup>2</sup>. Ответ выразите в км/ч.

### 36. Прототип задания В12 (№ 27988)

Для поддержания навеса планируется использовать цилиндрическую колонну. Давление  $P$  (в паскалях),

оказываемое навесом и колонной на опору, определяется по формуле  $P = \frac{4mg}{\pi D^2}$ , где  $m = 1200$  кг – общая масса навеса и колонны,  $D$  – диаметр колонны (в метрах). Считая ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, а  $\pi = 3$ , определите наименьший возможный диаметр колонны, если давление, оказываемое на опору, не должно быть больше 400000 Па. Ответ выразите в метрах.

### 37. Прототип задания В12 (№ 27989)

Автомобиль, масса которого равна  $m = 2160$  кг, начинает двигаться с ускорением, которое в течение  $t$  секунд остается неизменным, и проходит за это время путь  $S = 500$  метров. Значение силы

(в ньютонах), приложенной в это время к автомобилю, равно  $F = \frac{2mS}{t^2}$ . Определите наибольшее время после начала движения автомобиля, за которое он пройдет указанный путь, если известно, что сила  $F$ , приложенная к автомобилю, не меньше 2400 Н. Ответ выразите в секундах.

### 38. Прототип задания В12 (№ 27990)

При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон  $pV^k = \text{const}$ , где  $p$  – давление в газе в паскалях,  $V$  – объем газа в кубических метрах. В ходе эксперимента с одноатомным идеальным газом (для него  $k = 5/3$ ) из начального состояния, в котором  $\text{const} = 10^5$  Па · м<sup>5</sup>, газ начинают сжимать. Какой наибольший объем  $V$  может занимать газ при давлениях  $p$  не ниже  $3,2 \cdot 10^6$  Па? Ответ выразите в кубических метрах.

### 39. Прототип задания В12 (№ 27991)

В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  (мг) – начальная масса изотопа,  $t$  (мин.) – время, прошедшее от начального момента,  $T$  (мин.) – период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа  $m_0 = 40$  мг. Период его полураспада  $T = 10$  мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг?

### 40. Прототип задания В12 (№ 27992)

Уравнение процесса, в котором участвовал газ, записывается в виде  $pV^a = \text{const}$ , где  $p$  (Па) – давление в газе,  $V$  – объем газа в кубических метрах,  $a$  – положительная константа. При каком наименьшем значении константы  $a$  уменьшение вдвое раз объема газа, участвующего в этом процессе, приводит к увеличению давления не менее, чем в 4 раза?

### 41. Прототип задания В12 (№ 27993)

Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объем и давление связаны соотношением  $pV^{1.4} = \text{const}$ , где  $p$  (атм.) – давление в газе,  $V$  – объем газа в литрах. Изначально объем газа равен 1,6 л, а его давление равно одной атмосфере. В соответствии с техническими характеристиками поршень насоса выдерживает давление не более 128 атмосфер. Определите, до какого минимального объема можно сжать газ. Ответ выразите в литрах.

### 42. Прототип задания В12 (№ 27994)

Емкость высоковольтного конденсатора в телевизоре  $C = 2 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением  $R = 5 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на



конденсаторе  $U_0 = 16$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (кВ) за время, определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$  (с), где  $\alpha = 0,7$  – постоянная. Определите наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 21 с. Ответ дайте в кВ (киловольтах).

#### 43. Прототип задания В12 (№ 27995)

Для обогрева помещения, температура в котором равна  $T_n = 20^\circ\text{C}$ , через радиатор отопления, пропускают горячую воду температурой  $T_b = 60^\circ\text{C}$ . Расход проходящей через трубу воды  $m = 0,3$  кг/с. Проходя по трубе расстояние  $x$  (м), вода охлаждается до температуры  $T$  ( $^\circ\text{C}$ ), причем  $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_b - T_n}{T - T_n}$  (м), где  $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$  – теплоемкость воды,  $\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$  – коэффициент теплообмена, а  $\alpha = 0,7$  – постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 84 м?

#### 44. Прототип задания В12 (№ 27996)

Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени  $\nu = 3$  моля воздуха объемом  $V_1 = 8$  л, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема  $V_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$  (Дж), где  $\alpha = 5,75$  – постоянная, а  $T = 300$  К – температура воздуха. Какой объем  $V_2$  (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10350 Дж?

#### 45. Прототип задания В12 (№ 27997)

Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий  $\nu = 2$  моля воздуха при давлении  $p_1 = 1,5$  атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха.

Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$  (Дж), где  $\alpha = 5,75$  – постоянная,  $T = 300$  К – температура воздуха,  $p_1$  (атм) – начальное давление, а  $p_2$  (атм) – конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления  $p_2$  можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 6900 Дж? Ответ приведите в атмосферах.

#### 46. Прототип задания В12 (№ 27998)

Мяч бросили под углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча  $t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$  (в секундах) определяется по формуле. При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) время полета будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью  $v_0 = 30$  м/с? Считайте, что ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

#### 47. Прототип задания В12 (№ 27999)

Деталью некоторого прибора является квадратная рамка с намотанным на нее проводом, через который пропущен постоянный ток. Рамка помещена в однородное магнитное поле так, что она может вращаться. Момент силы Ампера, стремящейся повернуть рамку, (в Н·м) определяется формулой  $M = NIBl^2 \sin \alpha$ , где  $I = 2$  А – сила тока в рамке,  $B = 3 \cdot 10^{-3}$  Тл – значение индукции магнитного поля,  $l = 0,5$  м – размер рамки,  $N = 1000$  – число витков провода в рамке,  $\alpha$  – острый угол между перпендикуляром к рамке и вектором индукции. При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) рамка может начать вращаться, если для этого нужно, чтобы раскручивающий момент  $M$  был не меньше 0,75 Н·м?

#### 48. Прототип задания В12 (№ 28000)

Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону  $U = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$ , где  $t$  – время в секундах, амплитуда  $U_0 = 2$  В, частота  $\omega = 120^\circ/\text{с}$ , фаза  $\varphi = -30^\circ$ . Датчик настроен так,

что если напряжение в нем не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

#### 49. Прототип задания В12 (№ 28002)

Очень легкий заряженный металлический шарик зарядом  $q = 2 \cdot 10^{-6}$  Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет  $v = 5$  м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции  $B$  которого лежит в той же плоскости и составляет угол  $\alpha$  с направлением движения шарика. Значение индукции поля  $B = 4 \cdot 10^{-3}$  Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, равная  $F_L = qvB \sin \alpha$  (Н) и направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла  $\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$  шарик оторвется от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила  $F_L$  была не менее чем  $2 \cdot 10^{-8}$  Н? Ответ дайте в градусах.

#### 50. Прототип задания В12 (№ 28003)

Небольшой мячик бросают под острым углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах, определяется формулой  $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos 2\alpha)$ , где  $v_0 = 20$  м/с – начальная скорость мячика, а  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 4 м на расстоянии 1 м?

#### 51. Прототип задания В12 (№ 28004)

Небольшой мячик бросают под острым углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Расстояние, которое пролетает мячик, вычисляется по формуле  $L = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$  (м), где  $v_0 = 20$  м/с – начальная скорость мячика, а  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). При каком наименьшем значении угла (в градусах) мячик перелетит реку шириной 20 м?

#### 52. Прототип задания В12 (№ 28005)

Плоский замкнутый контур площадью  $S = 0,5$  м<sup>2</sup> находится в магнитном поле, индукция которого равномерно возрастает. При этом согласно закону электромагнитной индукции Фарадея в контуре появляется ЭДС индукции, значение которой, выраженное в вольтах, определяется формулой  $\varepsilon_i = aS \cos \alpha$ , где  $\alpha$  – острый угол между направлением магнитного поля и перпендикуляром к контуру,  $a = 4 \cdot 10^{-4}$  Тл/с – постоянная,  $S$  – площадь замкнутого контура, находящегося в магнитном поле (в м<sup>2</sup>). При каком минимальном угле  $\alpha$  (в градусах) ЭДС индукции не будет превышать  $10^{-4}$  В?

#### 53. Прототип задания В12 (№ 28006)

Трактор тащит сани с силой  $F = 80$  кН, направленной под острым углом  $\alpha$  к горизонту. Работа трактора (в килоджоулях) на участке длиной  $S = 50$  м вычисляется по формуле  $A = FS \cos \alpha$ . При каком максимальном угле  $\alpha$  (в градусах) совершенная работа будет не менее 2000 кДж?

#### 54. Прототип задания В12 (№ 28007)

Трактор тащит сани с силой  $F = 50$  кН, направленной под острым углом  $\alpha$  к горизонту. Мощность (в киловаттах) трактора при скорости  $v = 3$  м/с равна  $N = Fv \cos \alpha$ . При каком максимальном угле  $\alpha$  (в градусах) эта мощность будет не менее 75 кВт?

#### 55. Прототип задания В12 (№ 28008)

При нормальном падении света с длиной волны  $\lambda = 400$  нм на дифракционную решетку с периодом  $d$  нм наблюдают серию дифракционных максимумов. При этом угол  $\varphi$  (отсчитываемый от перпендикуляра к решетке), под которым наблюдается максимум, и номер максимума  $k$  связаны соотношением  $d \sin \varphi = k\lambda$ . Под каким минимальным углом  $\varphi$  (в градусах) можно наблюдать второй максимум на решетке с периодом, не превосходящим 1600 нм?

#### 56. Прототип задания В12 (№ 28009)

Два тела массой  $m = 2$  кг каждое, движутся с одинаковой скоростью  $v = 10$  м/с под углом  $2\alpha$  друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении определяется



выражением  $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$ . Под каким наименьшим углом  $2\alpha$  (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 50 джоулей?

**57. Прототип задания В12 (№ 28010)**

Катер должен пересечь реку шириной  $L = 100$  м и со скоростью течения  $u = 0,5$  м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом

время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением  $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$ , где  $\alpha$  – острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом  $\alpha$  (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

**58. Прототип задания В12 (№ 28011)**

Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу, со скоростью  $v = 3$  м/с под острым углом  $\alpha$

к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью  $u = \frac{m}{m+M} v \cos \alpha$  (м/с), где  $m = 80$  кг – масса скейтбордиста со скейтом, а  $M = 400$  кг – масса платформы. Под каким максимальным углом  $\alpha$  (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до 0,25 м/с?

**59. Прототип задания В12 (№ 28012)**

Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону  $v(t) = 0,5 \sin \pi t$ , где  $t$  – время в секундах. Кинетическая энергия груза, измеряемая в джоулях, вычисляется по формуле

$E = \frac{mv^2}{2}$ , где  $m$  – масса груза (в кг),  $v$  – скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее  $5 \cdot 10^{-3}$  Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

**60. Прототип задания В12 (№ 28013)**

Груз массой 0,08 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону  $v(t) = 0,5 \cos \pi t$ , где

$t$  – время в секундах. Кинетическая энергия груза вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ , где  $m$  – масса груза (в кг),  $v$  – скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее  $5 \cdot 10^{-3}$  Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

**61. Прототип задания В12 (№ 28014)**

Скорость колеблющегося на пружине груза меняется по закону  $v(t) = 5 \sin \pi t$  (см/с), где  $t$  – время в секундах. Какую долю времени из первой секунды скорость движения превышала 2,5 см/с? Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

**62. Прототип задания В12 (№ 263802)**

Расстояние от наблюдателя, находящегося на небольшой высоте  $h$  километров над землей до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле  $l = \sqrt{2Rh}$ , где  $R = 6400$  (км) – радиус Земли. С какой высоты горизонт виден на расстоянии 4 километра? Ответ выразите в километрах.

**63. Прототип задания В12 (№ 317096)**

Независимое агентство намерено ввести рейтинг  $R$  новостных изданий на основе показателей информативности  $In$ , оперативности  $Op$  и объективности  $Tr$  публикаций. Каждый показатель оценивается целыми числами от  $-2$  до  $2$ .

Аналитик, составляющий формулу, считает, что информативность публикаций ценится втрое, а объективность — вдвое дороже, чем оперативность. В результате, формула примет вид

$$R = \frac{3In + Op + 2Tr}{A}.$$

Каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все показатели наибольшие, получило рейтинг 30?

**64. Прототип задания В12 (№ 317097)**

Рейтинг  $R$  интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1) \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}},$$

где  $r_{\text{пок}}$  – средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1),  $r_{\text{экс}}$  – оценка магазина экспертами (от 0 до 0,7) и  $K$  – число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина «Альфа», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 10, их средняя оценка равна 0,9, а оценка экспертов равна 0,35.

### 65. Прототип задания В12 (№ 319859)

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности публикаций  $Tr$ , а также качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от 1 до 5. Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций – вдвое дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{2In + Op + 3Tr + Q}{A}.$$

Каким должно быть число  $A$ , чтобы издание, у которого все оценки наибольшие, получило бы рейтинг 1?

### 66. Прототип задания В12 (№ 319860)

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности  $In$ , оперативности  $Op$ , объективности публикаций  $Tr$ , а также качества сайта  $Q$ . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от -2 до 2. Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций – впятеро дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{5In + Op + 3Tr + Q}{A}.$$

Если по всем четырем показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число  $A$ , при котором это условие будет выполняться.

### Ответы

1.